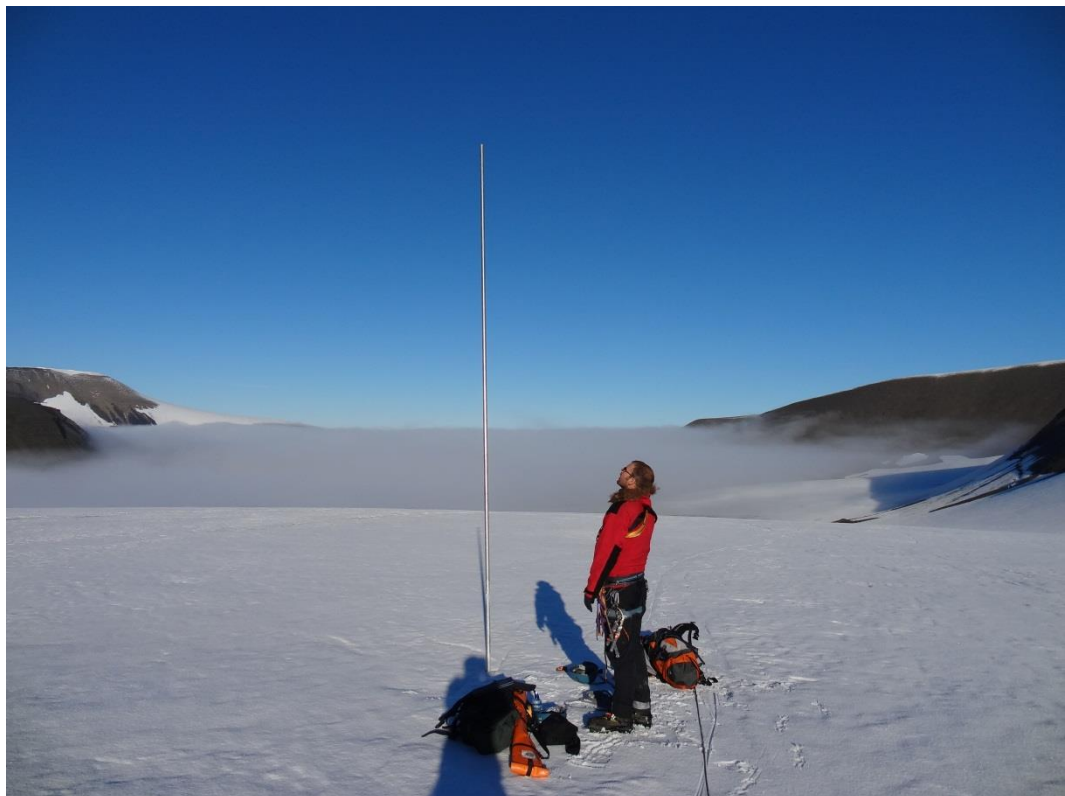


Masteroppgave, Institutt for geofag

En distribuert graddagsmodell for Marthabreen, Svalbard

Massebalansemålinger 2012/2013

Aslak Mortensønn Skadsem



UNIVERSITETET I OSLO

DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Forsidebilde: Stake 8 på Marthabreen under feltarbeid 1. september 2013. Utsikt mot nordvest. Staken var plassert i det som ble antatt å være akkumulasjonsområde. Av total stakelengde på 6 meter var 5,5 meter over isen på tidspunktet for bildet.

En distribuert graddagsmodell for Marthabreen, Svalbard

Massebalansemålinger 2012/2013

Aslak Mortensønn Skadsem



Masteroppgave i geofag

Studieretning: Naturgeografi

Institutt for geofag

Matematisk-naturvitenskaplig fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

2. juni 2014

© Aslak Mortensønn Skadsem 2014

Dette eksamensarbeidet er publisert elektronisk i DUO – Digitale Utgivelser ved UiO

<http://www.duo.uio.no>

Det er også katalogisert i BIBSYS (<http://www.bibsys.no/>)

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted, in any form or by any means, without permission.

Forord

Min veileder Jon Ove Hagen skal ha stor takk både for god hjelp og for å ha gitt meg muligheten til å gjennomføre en særs givende masteroppgave. En stor takk rettes også til Store Norske Spitsbergen Kullkompani for finansiell støtte, og spesielt Odmund Rønning for tilrettelegging av feltarbeid. Ved Universitetet i Oslo, takk til Lisbeth Langhammer for assistanse under feltarbeid og utallige innspill, Torbjørn Østby for uvurderlig Matlab-hjelp, Thorben Dunse for assistanse under feltarbeid, og Graham Gilbert for støtte og innspill. Ved Universitetssenteret på Svalbard, takk til Jakob Abermann for feltarbeid- og værdataassistanse, og studentene på kurset AGF212 våren 2013 for at jeg fikk henge med på ekskursjon og bruke målingene deres i oppgaven min. Og til Ragnhild, Amund og Snorre: $x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 1$

Sammendrag

Marthabreen nord for Svea er et uskrevet blad når det kommer til massebalansemålinger. I forbindelse med ny gruveaktivitet i Lunckefjell har det blitt satt i gang et overvåkningsprogram for å kartlegge tilstanden til breen. Denne oppgaven tar for seg det første året med målinger.

Vinteren 2013 ble det utplassert en automatisk værstsasjon og et nettverk med ablasjonsstaker på breen. Basert på stakemålinger ble spesifikk netto massebalanse for Marthabreen i sesongen 2012/2013 beregnet til å være -1,20 meter vann ekvivalenter, tilsvarende en volumbalanse på -18,1 MT vann ekvivalenter. Balansen er i samme størrelsesorden som det er observert andre steder på Svalbard.

På bakgrunn av temperaturmålinger fra værstsasjonen ble det konstruert en distribuert graddagsmodell for å simulere årlig smelting. Det ble bestemt en graddagsfaktor for snø lik $5,2 \text{ mm d}^{-1} \text{ K}^{-1}$ og graddagsfaktor for is lik $7,3 \text{ mm d}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Siden dette var første året med målinger var det ingen data å kalibrere graddagsmodellen mot. Fremtidige feltobservasjoner må til for å validere og forbedre modellen.

Innhold

1 Introduksjon.....	3
1.1 Problemstilling.....	3
1.2 Svalbard	3
1.2.1 Klima	3
1.2.2 Landskap.....	4
2 Teori.....	7
2.1 Temperaturregimer	7
2.2 Massebalanse	7
2.2.2 Snøekvivalenter	8
2.2.2 Å måle massebalanse	9
2.3 Energibalansen ved overflaten.....	10
2.3.1 Albedo	11
2.4 Graddagsmodeller	11
2.5 Surge.....	13
2.6 Stratigrafi.....	13
2.7 Lokalt klima.....	14
2.7.1 Temperaturgradient	14
2.7.2 Katabatiske vinder	14
2.8 Marthabreen	15
3 Metode.....	16
3.1 Feltobservasjoner	16
3.1.1 Stakemålinger.....	16
3.1.2 Snøgroper	16
3.1.3 Massebalanse	17
3.1.4 Timelapse kameraer	18
3.2 Meteorologiske data	18
3.2.1 Temperatur.....	18
3.2.2 Nedbør.....	19
3.2.3 Vind.....	19
3.3 GIS.....	19
3.3.1 Terrengmodell	19
3.3.2 Isbremaske	19
3.4 Graddagsmodell	20

3.4.1 Temperaturfordeling	20
3.4.2 Graddagsfaktorer	20
3.4.3 Kalibrering og feilkilder	22
4 Resultater.....	24
4.1 Feltobservasjoner	24
4.1.1 Stakemålinger	24
4.1.2 Snøgroper	24
4.1.3 Massebalanse	27
4.1.4 Timelapse kameraer	32
4.2 Meteorologiske data	34
4.2.1 Temperatur.....	34
4.2.2 Nedbør.....	34
4.2.3 Vind.....	37
4.3 Graddagsmodellen	38
4.3.1 Massebalanse	38
4.3.2 Temperaturgradient og graddagsfaktorer	38
5 Diskusjon.....	46
5.1 Feltobservasjoner	46
5.1.1 Massebalanse	46
5.1.2 Feilkilder	47
5.2 Graddagsmodellen	48
5.2.1 Graddagsfaktorer	48
5.2.2 Feilkilder	48
6 Konklusjon.....	49
7 Referanser	50

1 Introduksjon

Store Norske Spitsbergen Kulkompani AS (SNSK) driver kulldrift i to gruver på Svalbard: Gruve 7 ved Longyearbyen og Svea Nord ved Svea. I 2014 startet driften av en ny kullgruve i Lunckefjellet. For å få transportert kullet fra gruva til havna i Svea ble det bestemt å anlegge en vei over Marthabreen, slik at kullet kan fraktes med åpne dumpere frem til det eksisterende transportbåndet i Svea Nord. Veien ble lagt omtrent på høyde med likevektslinja til breen og stod ferdig høsten 2012.

I forbindelse med den nye gruva har Universitetssenteret på Svalbard (UNIS) og SNSK inngått et samarbeid om et breovervåkingsprogram for Marthabreen under hele driftsperioden. Til dette er det planlagt måling av blant annet massebalanse, isdynamikk og endringer i albedo. Denne oppgave utgjør feltundersøkelsene for det første året.

1.1 Problemstilling

Oppgaven har to mål:

- Beregne massebalanse for Marthabreen for sesongen 2012/2013 ved bruk av stakemålinger.
- Lage en distribuert graddagsmodell for Marthabreen. Modellen baseres på stakemålinger og data fra en automatisk værstasjon utplassert på breen.

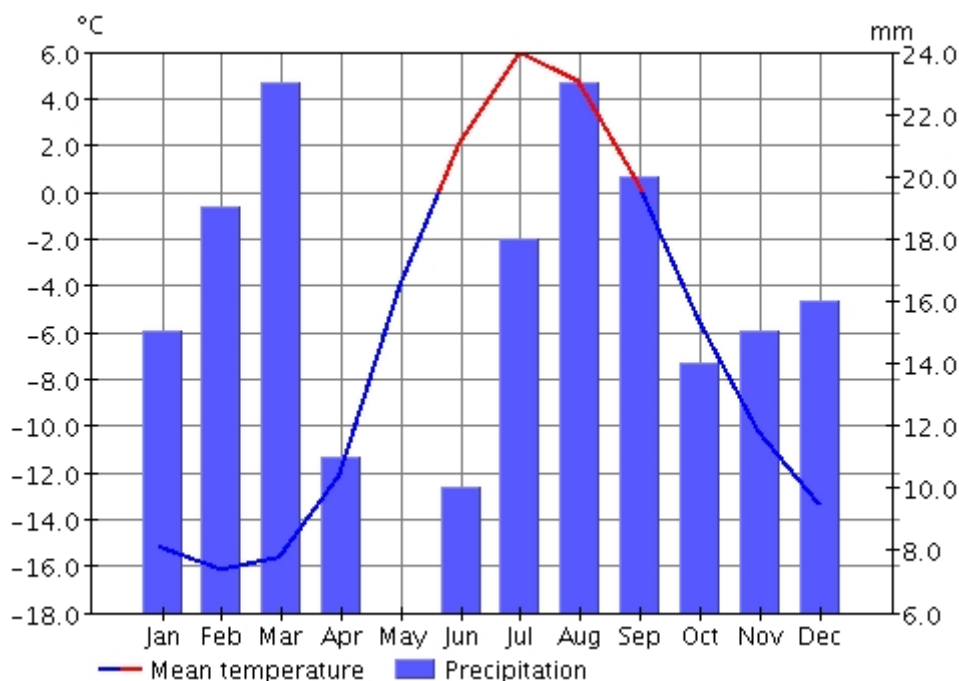
1.2 Svalbard

1.2.1 Klima

Svalbard er en øygruppe ca 800 kilometer nord for fastlands-Norge, og ligger mellom 76° og 81° N. Klimaet er varmere på øygruppen enn andre steder på samme breddegrad. Dette skyldes påvirkning fra den Nordatlantiske strømmen, en forlengelse av Golfstrømmen, som går opp langs vestkysten av Svalbard (Humlum et al., 2005). Denne bringer med seg varmt vann fra sør og sørger for isfrie havområder vinterstid. Vindmønstrene preges av lavtrykksområdet nær Island og høytrykksområdet over Grønland, som sammen sørger for at varm luft føres nordover mot Svalbard. Nord for Svalbard er det det kjølige polområdet som dominerer. Kaldt vann strømmer mot sør, og høytrykksområdet over Sibir tar med seg kaldluft mot øst. På grunn av møtet mellom kald og varm luft kan det være store variasjoner mellom årstidene

(Hagen og Liestøl, 1993). Dette utforskes noe i kapittel 4.2. Permafrost finnes over hele øygruppa, med unntakt av tallikområder under isbreer. Liestøl (1976) anslo tykkelsen på permafrosten til ca 100 meter ved kysten og 450 meter i de indre områdene.

Årsnedbøren på Svalbard Lufthavn er 190 mm. Dette gjør Nordenskiöld Land til et tørt område. Østkysten av Svalbard er noe mer nedbørsrik. Sand et al. (2003) fant en nedbørsgradient som ga over 40 % mer nedbør langs østkysten sammenlignet med vestkysten. Dette gir en nedadgående glasiasjonsgradient fra øst mot vest. Med andre ord blir det mindre områder med isbreer jo lengre vest man kommer. Figur 1 viser temperatur- og nedbørsnormaler for Svalbard Lufthavn i perioden 1961-90.



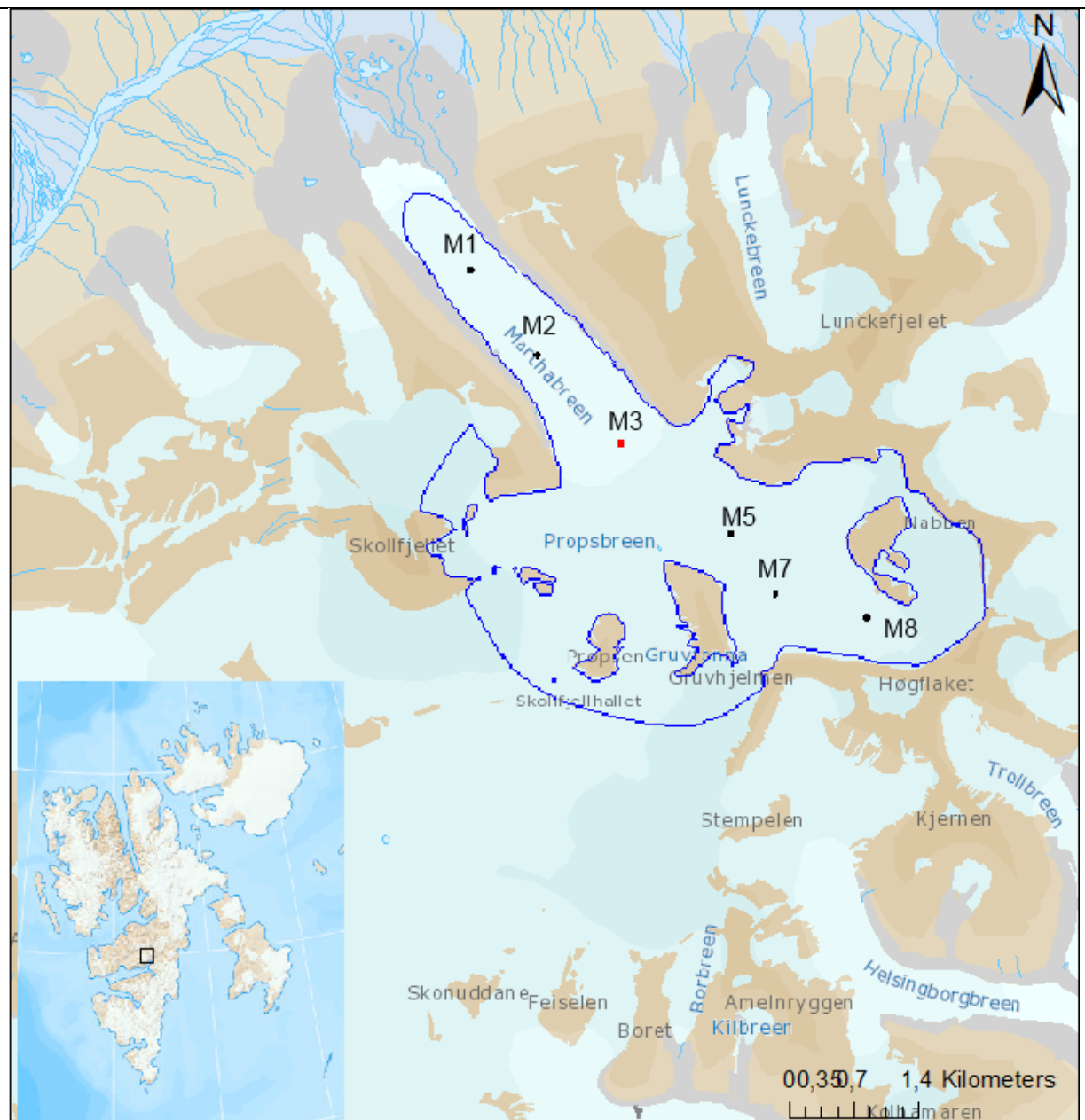
Figur 1: Temperatur- og nedbørsnormaler ved Svalbard Lufthavn for perioden 1961-90. Data hentet fra *eklima.no* (Meteorologisk Institutt, 2014)

1.2.2 Landskap

Store deler av Svalbard er preget av isbreer. Hagen og Liestøl (1993) beregnet at så mye som 60 % av øygruppen er dekket av isbreer, og områdene som er isfrie bærer tydelig preg av tidligere glasiasjoner. På grunn av det kalde klimaet er det sparsomt med vegetasjon. Dette gjør Svalbard til et lukrativt sted for naturgeografer siden både geologi og geomorfologi kan observeres med det blotte øyet.

Geologien på Svalbard kan deles i tre deler: 1) Grunnfjell fra urtiden, bestående av magmatiske og metamorfe bergarter, 2) sedimentære bergarter fra sen oldtid til kvartærtid, og 3) løsmasser avsatt i kvartær (Elvevold, 2007). Blant de sedimentære lagene finnes det flere kullag, som er grunnlaget for gruvedriften på Svalbard.

Det isfrie landskapet domineres av fjellplatåer og alpine fjellformasjoner. Landformer assosiert med permafrost er fremtredene flere steder. Steinbreer, pingoer og steinsortering finnes over store deler av øygruppen.



Figur 2: Kart over Marthabreen. Blå linje markerer Marthabreen i henhold til Nuth et al. (2013). Bakgrunnskart fra Norsk Polarinstitutt (2014). De seks stakene som ble brukt til massebalansemålingene er markert. Rød firkant markerer plassering for værstasjon.

2 Teori

2.1 Temperaturregimer

Isbreer kan klassifiseres etter tre forskjellige temperaturregimer: 1) *Tempererte isbreer* har en ismasse som alltid er ved trykksmeltepunktet, med unntak av et overflatelag som kan fryse. Dette regimet finnes som regel i maritime klimaer, hvor store mengder snøfall om vinteren fungerer som isolasjon, og store deler smeltevann varmer opp firnlaget som følge av refrysing.

I 2) *kalde breer* har hele ismassen temperatur under trykksmeltepunktet, med unntak av overflaten hvor det kan foregå smelting. Dette gir breene en lav dynamikk. Kalde breer finnes i kalde og tørre omgivelser.

3) *Polytermale breer* er en kombinasjon av de to foregående typene, hvor deler av breen er kalde mens andre deler er varme. Polytermale breer er utbredt på Svalbard (Hagen et al., 2003), hvor de fleste breene viser polytermale trekk. Permafrosten gjør at brefronten fryser fast i bakken. I akkumulasjonsområdet er derimot isen tykk nok til at de nedre ismassene kan bli varmet opp til trykksmeltepunktet. Dermed kan det finnes subglasiale smeltevannskanaler som drenerer også om vinteren.

2.2 Massebalanse

Massen til en isbre endrer seg over tid. Om vinteren når den får tilført ny masse som følge av snøfall, ras og vind er massebalansen positiv. Om sommeren taper den masse som følge av smelting og kalving, og balansen er negativ. I Norge brukes ofte det hydrologiske året som basis for massebalansemålinger. Det gir nyttår den 1. oktober. På Svalbard starter akkumulasjonssesongen i begynnelsen av september, mens ablasjonssesongen begynner i starten av mai. En slik sesongoppdeling er kun ment som veiledende fordi lokale forhold, som topografi og aspekt, kan ha stor påvirkning på klimaet. Summen av vinter- og sommerbalansen kalles netto massebalanse. Er nettobalansen positiv har breen fått tilført masse iløpet av året. Er den negativ har breen mistet masse. Over tid, δt , kan endring i masse, δM , uttrykkes ved formelen:

$$\frac{\delta M}{\delta t} = M_a - M_m - M_c \pm M_b \quad (1)$$

hvor M_a er akkumulasjon, M_m er overflatesmelting, M_c er kalving og M_b er bunnsmelting/påfrysing. Hvor viktig de forskjellige faktorene er varierer avhengig av type bre. For eksempel kan breer som ender på land se bort ifra kalving, mens Antarktis har neglisjerbar smelting (Benn og Evans, 2010).

2.2.2 Snøekvivalenter

Is og snø er vann i fast form. Som et av få kjente stoffer har vann lavere tetthet i fast form enn i flytende form. Vann har en tetthet på $1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, mens isbre-is vanligvis blir gitt verdien $0,917 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ (Cuffey og Paterson, 2010). Tetthet til snø og firn varierer fra 0,05 til 0,83, avhengig av fysiske og kjemiske egenskaper, så som vanninnhold, alder, kornstørrelse, og lignende. Tabell 1 tilsvare Cuffey og Paterson (2010) Tabell 2.1, og oppgir typiske tetthetsverdier for forskjellige typer snø og is. For å kunne sammenligne balansen i både akkumulasjons- og ablasjonsområdet er det nødvendig å normalisere mengden vann i de forskjellige fasene. For et gitt punkt vil da vinterakkumulasjonen, b_w , kunne beskrives som:

$$b_w = h \frac{\rho_s}{\rho_w} \quad (2)$$

hvor h er dybden til snølaget (m), ρ_s er gjennomsnittlig vertikal tetthet i laget (kg m^{-3}), og ρ_w er tetthet til vann (kg m^{-3}). b_w får enheten meter vannekvivalenter (m v.ekv.). Den samme formelen kan brukes til å finne sommerbalansen b_s , hvor man bruker forskjellig tetthet til de respektive snø-, firn- og islagene. Volumbalansen, $V (\text{m}^3)$, finner man ved formelen:

$$\delta V = b_w * A \quad (3)$$

hvor A er arealet (m^2) til det aktuelle området. Volumbalansen kan også oppgis i megatonn (MT).

Tabell 1: Typiske tetthetsverdier for forskjellige stadier av frosset vann (Cuffey og Paterson, 2010).

Nysnø (umidderbart etter nedfall i rolige forhold)	50-70
Fuktig nysnø	100-200
Konsolidert snø	200-300
Dypskare	100-300
Vinnpakket snø	350-400
Firn	400-830
Veldig våt snø og firn	700-800
Isbre-is	830-923

2.2.2 Å måle massebalanse

Det finnes flere måter å kvantifisere massebalansen til en isbre, og spesielt fem metoder er mye brukt. Ved den *glasiologiske metode* bruker man feltobservasjoner til å finne punktmålinger for akkumulasjon og ablasjon på breen. Netto massebalanse, b_n , blir da:

$$b_n = b_w + b_s \quad (4)$$

hvor b_w er vinterbalansen og b_s er sommerbalansen. Det er vanlig å bruke staker eller snøsonder til å finne punktmålingene. Denne metoden ble brukt under feltundersøkelser på Marthabreen og er beskrevet mer i kapittel 3.1.1.

Hydrologisk metode bruker forholdet:

$$Q = P - E \pm \delta M \quad (5)$$

hvor Q er avrenning fra et basseng, P er nedbør, E er fordampning og δM er endring i mengden vann som er lagret i bassenget. Q finnes ved å måle vannstand i alle smelteelver ut fra bassenget, P beregnes ved bruk av meteorologiske målinger og modeller, og E beregnes også ved bruk av modeller. For å få et nyttig resultat av denne metoden må man også beregne endring i vannmengde som lagres andre steder enn i breen, for eksempel grunnvann, firnområder og subglasiale innsjøer (Benn og Evans, 2010).

Geodetisk metode baserer seg på fjernanalyse av breer ved hjelp av fly- og satelittmålinger. Ved å gjøre høydemålinger på forskjellige tidspunkter kan man finne endringer i brevolumet. Endring i masse blir da:

$$\delta M = \frac{\delta V}{\delta t} \quad (6)$$

hvor δV er endring i volum over tid t . Estimerer for tetthet til snø, firn og is brukes til å regne om volumendring til masseendring. Eksempler på måleteknikker for å finne høydemålinger er laser- og radarmålinger fra fly/satelitt, og gjentakende fotogrammetri. Metoden er særlig nyttig i utilgjengelige områder og for store ismasser som Grønland og Antarktis (Cuffey og Paterson, 2010).

Med *isfluksmetoden* måler man istykkelse og overflatehastighet over et tverrsnitt av breen. Justerer man for vertikal endring i hastighet finner man mengden is som strømmer gjennom tverrsnittet over tid. Metoden må kombineres med feltobservasjoner, modeller eller fjernanalyse for å finne overflatebalansen ved punkt for måling (Cuffey og Paterson, 2010).

Modeller estimerer massebalansen ved bruk av meteorologiske data. Modeller er avhengig av kalibrering mot feltobservasjoner for å oppnå ønsket nøyaktighet. Avhengig av tilgjengelige ressurser kan man velge enkle eller kompliserte modeller, hver med sine styrker og svakheter.

For breer som ender på land er det spesielt vinternebbør og sommersmelting som regulerer massebalansen (Nesje et al., 2008). Det er derfor av stor interesse å kunne kvantifisere disse. I denne oppgaven ble det bestemt å bruke en graddagsmodell for å simulere smelting på Marthabreen. Dette er en modelltype som har vist seg å prestere bra på tross av lite behov for inndata. Modellen er beskrevet ytterligere i kapittel 2.4. På grunn av manglende nedbørsdata ble det ikke lagd noen akkumulasjonsmodell.

2.3 Energibalansen ved overflaten

Ved breoverflaten utveksles det energi mellom breen og atmosfæren. Energifluksen, Q_0 , mellom atmosfæren og breoverflaten kan beskrives som:

$$Q_0 = S_{inn}(1 - \alpha) + L_{inn} - L_{ut} + Q_H + Q_L + Q_G + Q_R \quad (7)$$

vor S_{inn} er innkommende kortbølgestråling, α er albedo til overflaten, L_{inn} er innkommende langbølgestråling, L_{ut} er utgående langbølgestråling, Q_H er følbar varmekraft, Q_L er latent varmekraft, Q_G er varmekraft i isen og Q_R er følbar varmekraft fra regn (Cuffey og Paterson, 2010). Dersom overflaten er ved smeltepunktet vil en positiv Q_0 resultere i smelting av snø og/eller is.

2.3.1 Albedo

Albedo er gitt ved forholdet mellom innkommende og utgående kortbølgestråling, og gir et bilde på hvor mye av innkommende solstråling som reflekteres fra overflaten. Siden jordoverflaten ikke emitterer kortbølgestråling vil utgående kortbølgestråling aldri være høyere enn inngående kortbølgestråling. Albedo har derfor en verdi mellom 0 og 1, hvor 1 angir total refleksjon. Blumthaler og Ambach (1988) studerte refleksjon av UVB-stråler på forskjellige overflater og fant en albedo for tørr nysnø lik 0,87, mens over isbre-is var albedo 0,11.

2.4 Graddagsmodeller

Å kvantifisere alle faktorene i (7) er ressurskrevende og tar for lang tid til at det er et realistisk alternativ til utbredte massebalanseberegninger. Ofte er det ønskelig å bruke en enklere modell, som for eksempel graddagsmodellen. Graddagsmodeller har flere fordeler. Først og fremst krever de lite inndata. Videre er modellene så enkle at de ikke krever store ressurser for å kunne brukes. Og til tross for sin enkelhet har graddagsmodeller gjentakende prestert gode resultater.

En graddagsmodell ble brukt første gang i 1887 (Hock, 2003), og har siden den gang blitt brukt til blant annet å beregne massebalanse, snøsmelting, avrenning og flomvarsler. Graddagsmodeller tar utgangspunkt i en antatt sammenheng mellom lufttemperatur og smelting. De enkleste modellene har kun lufttemperatur som inndata. Hock (2003) beskriver mengden smeltet snø og is, M (mm v.ekv.), som

$$\sum_{i=1}^n M = DDF \sum_{i=1}^n T^+ \Delta t \quad (8)$$

hvor n er antall tidsintervaller av størrelse Δt (d), T^+ er summen av alle positive temperaturer ($^{\circ}\text{C}$) i hvert intervall, og DDF er en graddagsfaktor ($\text{mm d}^{-1} \text{K}^{-1}$).

Graddagsfaktoren kan beregnes ved hjelp av feltobservasjoner (Braithwaite et al., 1998), snølysimeter (Kustas et al., 1994) eller energibalanseberegninger (Arendt og Sharp, 1999, De Woul og Hock, 2005). Faktoren er forskjellig fra bre til bre. Selv innenfor samme system kan den variere med tid og rom. Braithwaite et al. (1998) registrerte en variasjon på $\pm 10\%$ for to staker med bare noe meters mellomrom. Selv om variasjon i graddagsfaktor kan se ut til å være mindre fremtredende på islagte områder (Braithwaite og Olesen, 1993) fant Hock (1999) daglige spenn mellom 0 og over $15 \text{ mm d}^{-1} \text{K}^{-1}$ på Storglaciären i Sverige. Med andre ord vil ikke en konstant graddagsfaktor fange opp mindre svingninger i smelteraten.

Deler av variasjonen i graddagsfaktoren kommer som følge av endringer i energiutvekslingen ved overflaten. For eksempel er det stor daglig forskjell på solinnstråling, og romlig forskjell på mengden reflektert kortbølgestråling ved overflaten. Dette blir spesielt tydelig når overflaten skifter mellom is og snø, med påfølgende endringer i albedo. Hock (2003) viser til ti alpine isbreer hvor undersøkelser har funnet en graddagsfaktor for snø som til dels er betydelig lavere enn for is,. Hun beskriver også hvordan graddagsfaktoren øker når solinnstråling og høyde øker og når albedo og andelen av følbare varme i energibudsjettet synker.

Den antatte sammenhengen mellom temperatur og smelting er knyttet til relasjonen mellom lufttemperatur og flere av faktorene i energibalansen (7). Korrelasjonen har blitt vist i flere rapporter, som i Braithwaite og Olesen (1989) hvor det ble funnet en korrelasjonskoeffisient på 0,96 mellom årlig issmelting og positiv graddagssum. Spesielt er det forholdet mellom lufttemperatur og langbølgestråling som gir opphav til korrelasjonen. Ohmura (2001) fant at langbølgestråling og følbare varmeflukt tilsammen var opphav til $\frac{3}{4}$ av all smelting, og at 70-90 % av atmosfærisk stråling kommer fra den nederste kilometeren av atmosfæren. Som en motsetning fant Braithwaite (1995) at kortbølgestråling var den viktigste årsaken for

graddagsfaktoren. Med andre ord bør man være forsiktig med å velge graddagsfaktor uten å ta forbehold om lokale forhold.

For å øke modellprestasjon har det blitt forsøkt å legge til flere parametre i (7), hovedsakelig potensiell solinstråling (Hock, 1999, Kustas et al., 1994). Dette forbedrer modellene, men på bekostning av tid og ressurser. Inkludering av flere parametre må veies opp mot ulempene det fører med seg.

Til denne oppgaven ble det bestemt å bruke (8) for å simulere smelting på Marthabreen.

2.5 Surge

De fleste breer har en årlig syklus i ishastighet, med lav hastighet om vinteren og høy om sommeren. Et mindretall har derimot en helt annen dynamikk. Surge-breer er isbreer som har lav hastighet over mange år, og hvor den øverste delen vokser seg stadig større samtidig som fronten trekker seg bakover. Denne rolige fasen etterfølges av en kort periode med stor ishastighet, hvor størstedelen av den lagrede massen strømmer fremover i breen. Som regel vil masseforflytningen gjøre at bretunga avanserer. Den rolige fasen varer lengre enn den aktive fasen, men akkurat når skiftet mellom de to skjer er vanskelig å forutsi (Hagen et al., 2003). Benn og Evans (2010) anslo at ishastigheten under den aktive fasen vanligvis er én til to ganger større enn i den rolige fasen, men den kan godt være enda raskere.

Kalde og polytermale breer har lettere for å utvikle et surge mønster enn tempererte breer. Dette skyldes at fronten på breene sitter fast i underlaget, hvilket gjør at den indre dynamikken ikke klarer å transportere det akkumulerte materialet nedover mot bretunga. Spenningen mellom bresåla og underlaget bygger seg opp til et kritisk nivå (rolig fase), for så å nesten forsvinne helt (aktiv fase). På Svalbard er det anslått at 90 % av breene har opplevd surge. Rundt 1925 ble det observert en surge på Marthabreen, men det er ingen tegn på at breen kan være på vei inn i en ny aktiv fase (Hagen og Liestøl, 1993).

2.6 Stratigrafi

Tar man en vertikal kolonne av en isbre kan den deles inn i opptil fire lag: Snø, firn, is og refrosset is. Det øverste snølaget består av årets snøfall og har lav tetthet. Firn er snø fra tidligere år som ikke rakk å smelte før neste vinter. På grunn av metamorfose vil denne snøen

ha høyere tetthet enn nysnø. Nederst finner man breisen, som har høyest tetthet i hele kolonnen. Dersom smeltevann klarer å trenge ned gjennom snø og firn lagene og ned til islaget kan den bli refrosset på toppen av isen. Dette kalles refrosset is (engelsk; *super imposed ice*). Det får følger for massebalansemålinger da snø som smelter ikke nødvendigvis forlater systemet. En modell som ikke tar høyde for dette vil dermed overestimere smelting.

Hvor mange lag som er tilstede avhenger av tid og rom. I slutten av smeltesesongen vil det kun være et islag i ablasjonsområdet, mens om vinteren kan man ha alle fire i akkumulasjonsområdet. For å få korrekte massebalansemålinger må man kjenne til eller estimere tettheten til de forskjellige lagene.

2.7 Lokalt klima

2.7.1 Temperaturgradient

Vanligvis avtar temperatur med høyden. Hvor mye temperaturen synker avhenger blant annet luftfuktighet og vind. Endringen med høyden kalles *temperaturgradienten*, dT , og har typiske gjennomsnittsverdier mellom $-0,005$ og $-0,007 \text{ K m}^{-1}$ (Cuffey og Paterson, 2010). En brattere gradient tilsvarer raskere temperaturendring med høyden.

På Gruvfonna like sørvest for Marthabreen, fant Vaagland (2005) en temperaturgradient tilsvarende $-0,0067 \text{ K m}^{-1}$. Denne ble funnet ved hjelp av temperaturmålinger gjort ved to forskjellige høyder på breen.

2.7.2 Katabatiske vinder

All materie emitterer stråling i henhold til sin overflatetemperatur. Siden is og snø ikke kan bli varmere enn 0°C finnes det en øvre grense for mengden langbølgestråling som kan stråle fra en isbre. Dette gjør at lufttemperaturen rett over breen ofte er kaldere enn utenfor breen. Som følge av at den kalde lufta er tyngre enn varm luft vil den lage en gravitasjonsstrøm som går nedover mot bretinga. Slike luftstrømmer kalles katabatiske vinder. Van den Broeke (1997) studerte et slikt vindmønster på Pasterze isbreen i Alpene, og fant et katabatisk vindmønster som strakk seg opp til 100 meter over breoverflaten. Siden vindmønsteret er avhengig av en sterk kontrast mellom varm luft og kald breis oppstår mønsteret som regel om sommeren når isen er ved smeltepunktet (Benn og Evans, 2010).

Katabatiske vinder svekker temperaturgradienten da de fører kalde luftmasser nedover i terrenget. Det er derfor vanlig å finne lavere temperaturgradienter over isbreer enn over land om sommeren.

2.8 Marthabreen

Marthabreen ligger i fjellmassivet mellom Reindalen og Kjellstrømdalen på Nordenskiöld Land, Svalbard. Nærmeste tettsted er Sveagruva og Longyearbyen. Breen er en alpin dalbre, og kan deles inn i fem akkumulasjonsområder og ett ablasjonsområde. Likevektslinja ligger vanligvis rundt 500 m.o.h., og ved målinger i 2007-08 ble det målt en overflatehastighet i underkant av én meter i området som ligger rundt 400-550 m.o.h (Hagen, 2010). Store deler av ismassen ligger langs en rettlinjert akse med bretunga pekende nordvest mot Reindalen. Mot sør er breen avgrenset av en fjellrygg. Mot sørvest møtes Marthabreen og Gruvfonna. Totalt areal for breen er ca. 15 km², med en lengde på ca. 8 km. Flere midtmorener er synlige på breoverflaten. I forkant av breen er det et system av iskjernemorener, og i nærheten finnes også en rekke pingoer.

Under feltarbeid i mars 2013 ble det observert såkalt *icing* i forkant av Marthabreen. Dette oppstår når smeltevann fra en bre kommer opp i dagen hvor temperaturen er under frysepunktet. Det viser at deler av breen er ved trykksmeltepunktet. Samtidig er den årlige bevegelsen så lav at deler av breen må være frosset fast til underlaget, hvilket betyr at deler av breen må være kald. Summen av dette tilsier at Marthabreen er en polytermal bre.

3 Metode

3.1 Feltobservasjoner

Det ble foretatt tre runder med feltobservasjoner i 2013: 19.-21. mars, 20. april, og 31. august-1. september. Fire forskjellige metoder ble anvendt: Ablasjonsstaker, snøgroper, en automatisk værstasjon og to «time lapse»-kameraer.

3.1.1 Stakemålinger

For å registrere akkumulasjon og ablasjon ble det oppført et nettverk av ablasjonsstaker på breen. I denne hensikt ble undertegnede med på en ekskursjon til Marthabreen i mars 2013 i forbindelse med et kurs i arktisk geofysikk (AGF212) ved UNIS. Under denne ekskursjonen ble det installert åtte staker på breen, samtidig som det ble gravd snøgroper for å bestemme tettheten i snølaget. I tillegg hadde SNSK tidligere utplassert noen staker, hvorav én var planlagt gjenbrukt til denne oppgaven. Høyde fra overflate til toppen av stakene ble registrert alle tre gangene breen ble besøkt. I løpet av sommeren falt to av stakene ut av isen, inkludert den ene fra SNSK.

3.1.2 Snøgroper

Det ble gravd snøgroper ved seks av stakene, hvor tettheten til snølagene ble registrert i kolonner á 20 cm. Tettheten, ρ (kg/m³), ble målt ved å slå en metalsylinder ned i snøen slik at den akkurat ble fylt med 20 cm av snøkolonnen. Massen til prøven, m_s (kg), ble veid, og ved å dele på sylinders volum, V_s (m³), får man:

$$\rho = \frac{m_s}{V_s} \quad (9)$$

Som tidligere nevnt har firn generelt høyere tetthet enn snø, og vil derfor avgi mer vann ved smelting. For å beregne korrekt sommerbalanse må derfor tykkelsen på firnlaget være kjent. Under snøgropmålingene ble det kun funnet firn i bunnen av snøgropen ved stake 7 og 8.

Det er verdt å merke at snøgropene ble gravd i mars, mens stakemålingene ble gjort i april. Dette kan introdusere feil i smeltemodellen da både tetthet og snødybde mellom de to tidspunktene kan ha endret seg.

3.1.3 Massebalanse

For å finne massebalansegradientene for observert vinter-, sommer- og nettobalanse ble det utført en lineær regresjon mellom høyde over havet (m) og stakemålinger fra de seks stakene (m v.ek).

Til regresjonen for vinterbalansen, b_w , ble snødybde i april, med gjennomsnittlig vertikalt tetthet målt i mars, og høyde over havet ved hvert målepunkt brukt som inndata. Sommerbalansen, b_s , ble funnet med samme metode ved å bytte ut snødybde i april med målt massetap i august/september. Til nettobalansen, b_n , ble differansen mellom vinter- og sommeroverflaten ved hvert målepunkt brukt. Gradientene har formen:

$$b = ah + c \quad (10)$$

hvor stigningstallet a og krysningspunktet på y-aksen c er resultater fra regresjonsanalysene, og h er høyde over havet. Som et mål på regresjonspresisjon ble *Root Mean Square Error*, RMSE, og korrelasjonskoeffisienten, r^2 , kalkulert for hver analyse. RMSE er gitt ved formelen:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - x_{0,i})^2}{n}} \quad (11)$$

hvor X er den modellerte verdien av observasjon x_0 , og n er antall observasjoner. RMSE har samme benevnning som de observerte og modellerte data.

Fountain og Vecchia (1999) fant at når man bruker lineær regresjon for å beregne massebalanse var fem til ti staker det optimale antallet staker for alpine breer opp til 10 km². Selv om flere staker minsket feilmarginen var variasjonen i resultatene minimale. I tillegg fant de at forskjellig distribusjon av staker hadde liten påvirkning på resultatet, og konkluderte med at massebalansegradient over høyde er den dominerende faktoren.

Marthabreen er litt over 15 km², men det antas allikevel at seks staker er tilstrekkelig. Det er viktig å huske at dette er første året med massebalansemålinger på Marthabreen. Det betyr at det ikke er mulig å identifisere en eventuell årlig variasjon.

Til å beregne spesifikk- og netto massebalanse ble det forsøkt med to metoder: 1) Ved å distribuere massebalansegradienten over en bremaske (se kapittel 3.3.2) og summere verdiene for hele breen, og 2) ved å dele breen inn i høydebånd på 50 høydemeter og gi hvert bånd en gradient tilsvarende midtre høydeverdi. Siden begge metodene tar utgangspunkt i massebalansegradientene og en høydemodell (se kapittel 3.3.1) forventes det at resultatene blir tilnærmet identiske. Dette ble brukt som et verktøy for å sjekke om utregningene ble utført korrekt.

3.1.4 Timelapse kameraer

Høsten 2012 ble det installert to kameraer med den hensikt å ta bilder hver tredje time under hele driftsperioden til Lunckefjell-gruva. Det ene står over utslaget fra Svea Nord, og tar bilder mot sørøst, mens det andre står over innslaget til Lunckefjell og tar bilder mot sør. Til denne oppgaven ble bildene brukt til å anslå tidspunkt for når all snøen ved stake 3 og stake 8 var smeltet.

3.2 Meteorologiske data

Til meteorologiske målinger ble det i mars 2013 oppført en automatisk værstasjon på breen ved stake 3 (markert rødt i Figur 2). Dataloggeren var av type HOBO U30 fra Onset. I utgangspunktet registrerte stasjonen vindhastighet og -retning, relativ fuktighet og temperatur ved 1,5 og 3 meters høyde, samt innkommende og utgående kortbølgestråling ved 1,5 meter. Dessverre sluttet sensorene for kortbølgestråling å registrere den 30. mai av ukjent årsak. Værdata til denne oppgaven ble lastet ned fra værstasjonen den 31. august 2013. Natten frem til 1. september falt det et snølag på 1-2 cm. Tidspunktet for registrering av smeltesesongen anses derfor for å være presis.

3.2.1 Temperatur

Temperaturserien fra værstasjonen ble brukt som grunnlag til den distribuerte graddagsmodellen. Værdata fra Svalbard Lufthavn (Meteorologisk Institutt, 2014) ble brukt til å finne månedlig nedbør og gjennomsnittlig temperatur. Dette ble brukt som støtteverktøy i undersøkelsene.

3.2.2 Nedbør

Selv om den automatiske værstasjonen ikke målte nedbør var det av interesse å vite hvordan nedbørssituasjonen varierte i løpet av sesongen. Dette gjaldt spesielt perioden mellom feltarbeid i april og start for smelting, og for perioden mellom feltarbeid i august/september og start på neste års akkumulasjon. Derfor ble det bestemt å se på nedbørsdata fra nærliggende målestasjoner tilhørende Meteorologisk Institutt. Deres stasjon i Svea sluttet å registrere nedbør i januar 2003, og nærmeste stasjoner med slik data er Svalbard Lufthavn (40 km mot nordvest) og Hornsund (115 km mot sørvest). Begge ligger ved sjøen og opplever således en sterkere marin påvirkning enn Marthabreen gjør. På grunn av kortere avstand ble data fra Svalbard Lufthavn valgt.

3.2.3 Vind

Vinddata fra værstasjonen ble brukt til å se etter et eventuelt katabatisk vindmønster. Siden modellen kun tar for seg smelting var det ikke interessant å se på eventuell distribuering av snø som følge av vind.

3.3 GIS

MATLAB ble brukt til massebalanseberegninger og til å kalibrere graddagsfaktorene for is og snø. ArcGIS ble brukt som støtteverktøy til kartdata. Oversiktskart ble hentet fra Norsk Polarinstitutt wms-tjeneste (Norsk Polarinstitutt, 2014).

3.3.1 Terrengmodell

En terrengmodell over Marthabreen var nødvendig for å beregne og distribuere massebalansegradientene og meteorologiske data. Dette ble gjort tilgjengelig fra SNSK. De senere år har de konstruert terrengmodeller over området mellom Van Mijen-fjorden og Adventdalen. Et område på 57 km² ble valgt ut til denne oppgaven (SNSK, 2013). Modellen har en oppløsning på 5x5 meter, og målepunktet er midt i cellene.

3.3.2 Isbremaske

For å kunne skille ut Marthabreen i terrengmodellen ble det brukt en isbremaske for alle breer på Svalbard (Nuth et al., 2013). I masken er alle breene lagret som raster-polygoner. Polygonet for Marthabreen ble plukket ut og lagt over terrengmodellen for å luke ut alle cellene som var utenfor breen.

Basert på feltobservasjonene ble det lagd ett grid for terrengmodellen, ett for bremasken, ett for vinterbalansen (observert akkumulasjon), ett for sommerbalansen (observert smelting) og ett for nettobalansen.

3.4 Graddagsmodell

Selv om formålet med oppgaven er å lage en fullt distribuert graddagsmodell ble det også utført massebalansemodellering kun basert på de seks punktmålingene ved stakene. Resultatet fra dette ble brukt under kalibrering av graddagsfaktorene og temperaturgradienten.

3.4.1 Temperaturfordeling

Til å distribuere temperatur over hele breen ble det tatt utgangspunkt i dataserien fra den automatiske værstasjonen ved stake 3. For hver dag med måling ble hver celle i bremaska tildelt en temperatur, T , etter formelen:

$$T = T_0 + dT(H - H_o) \quad (12)$$

hvor T_0 er temperatur ved værstasjonen ($^{\circ}\text{C}$), dT er en temperaturgradient (K m^{-1}), H er høyde over havet (m) til cellen og H_o er høyde over havet (m) til værstasjonen.

3.4.2 Graddagsfaktorer

På grunn av den store forskjellen i overflateegenskaper mellom snø og is, slik det er beskrevet i kapittel 3.2, ble det bestemt å lage én graddagsfaktor for is (DDFi) og én for snø (DDFs). Til å bestemme disse ble det brukt tre metoder som så ble sammenlignet: Første metode tok utgangspunkt i stakemålingene ved siden av værstasjonen (stake 3). Ved å se på bilder fra det vestlige timelapse kameraet ble tidspunktet for overgangen fra snø- til isdekke bestemt. Dette ble koblet opp mot temperaturmålingene ved at alle positive temperaturer før den aktuelle tiden smeltet snø, mens det etterpå ble smeltet is. Denne metoden ble først og fremst brukt for å sjekke hvilke verdier man kunne forvente å finne for DDFs og DDFi.

Den andre metoden så på punktmålingene fra de seks stakene. Det ble konstruert temperaturserier for hver av de seks stakene med utgangspunkt i måleserien fra værstasjonen og temperaturgradientene:

$$dT = -0.004, -0.0045, -0.005, -0.0055, -0.006, -0.0067$$

Deretter ble det simulert daglig smelting ved hver stake. Basert på resultater fra den første metoden ble det bestemt å teste med graddagsfaktorer i intervallene:

$$DDFi = 6.1, 6.2, 6.3, \dots, 9.5, 9.6.$$

$$DDFs = 3.5, 3.6, 3.7, \dots, 6.9, 7.0.$$

Modellprestasjon ble målt som differansen mellom modelert og observert spesifikk massebalanse. Som et ekstra hjelpemiddel ble det også registrert hvilken dag modellen mente var første dag med isoverflate ved stake 8. Kombinasjonene av DDFi, DDFs og dT som gav en feilmargin mindre enn $\pm 0,05$ m. v.ekv. sammenlignet med observert spesifikk massebalanse ble valgt ut til nærmere undersøkelser.

Den tredje metoden gikk ut på å simulere graddagsmodellen hvor parameterene DDFi, DDFs og dT varierte for hver iterasjon. Modellen ble kjørt for parametersettene som ble funnet i den forrige metoden. Her ble modellprestasjon målt ved å sammenligne modellert og observert volumbalanse. Nedenfor følger en beskrivelse av hvordan modellen beregnet smeltingen. MATLAB-koden til graddagsmodellen finnes i Vedlegg 2.

Graddagsmodellen

Modellen tok utgangspunkt i vinterbalansegridet, hvor snødybde var gitt i hver celle. For hver dag i måleserien ble registrert temperatur distribuert over breen i tråd med (12). Så ble det sjekket om noen av cellene hadde temperatur over smeltepunktet. For hver av cellene som var varmere enn 0°C ble det undersøkt om det fortsatt var snø igjen i tilhørende celle i snøgridet. Dersom det var snø igjen ble det beregnet smelting med DDFs. Var all snøen borte ble DDFi brukt. Den daglige smeltingen ble samlet og brukt til å beregne spesifikk sommerbalanse i hver celle. Til slutt ble alle cellene summert. Resultatet av dette ble spesifikk sommerbalanse for hele breen. Volumbalansen ble så funnet ved å gange den sommerbalansen med arealet.

Under bearbeiding av resultatene ble det klart at faktorparene som er ideelle for den distribuerte metoden ikke nødvendigvis er de samme som for stakemetoden. På grunn av lang kalkulerings- og simuleringstid for den distribuerte metoden var det ønskelig å gjøre et utvalg på hvilke graddagsfaktorer man undersøkte. Derfor ble de bestemt å ta utgangspunkt i de ideelle parametersettene fra stakemetoden, og simulere graddagsmodellen med disse.

3.4.3 Kalibrering og feilkilder

Siden den første metoden nevnt i kapittel 3.4.2 kun var en punktmåling ble resultatet av denne bare brukt som en indikator på hvilket spenn man kunne forvente å finne graddagsfaktorene.

Selv om et gitt parametersett gir et bra sluttresultat er det ikke sikkert at modellen gir en god representasjon av faktisk smelting. En modell kan for eksempel overvurdere smelting i ett område og kompensere med like stor undervurdering andre steder. Til å måle modellprestasjon ble det også her brukt RMSE både på stakemetoden og den distribuerte metoden. RMSE ble også beregnet som en prosentverdi av observert verdi.

Til å beregne korrelasjon ble Nash & Sutcliffe kriteriet brukt (Nash og Sutcliffe, 1970). Den sammenligner modellprestasjon mot gjennomsnittlig observasjon, og er gitt ved:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - x_{0,i})^2}{\sum_{i=1}^n (x_{0,i} - \bar{x})^2} \quad (13)$$

hvor \bar{x} er gjennomsnittet av de observerte verdiene. Dette er en alternativ måte å beregne korrelasjonskoeffisient på, og gir et resultat som ligger mellom $-\infty$ og 1. Et resultat lik 1 angir maksimal korrelasjon og verdier under 0 betyr at gjennomsnittlig observert verdi gir et bedre resultat enn modellen.

Temperaturgradienten har stor påvirkning på hvordan smelting blir simulert, og valg av gradient har derfor betydning for modellprestasjon. Siden det kun ble gjort én punktmåling på breen var det ikke mulig å måle en lokal gradient, og i og med at det ikke finnes tidligere massebalansemålinger var det heller ikke mulig å beregne temperaturgradienten ved å bruke energibalanseregninger, slik for eksempel De Woul og Hock (2005) gjorde.

Som et ekstra kalibreringsverktøy ble det simulert smelting ved bruk av stakemetoden for å se når den forutså at det ikke var mer snø igjen ved stake 8. På bilder fra det vestlige time lapse kameraet var det mulig å identifisere posisjonen til staken, og ved å tidfeste når all snø var borte fra stedet kunne dette sammenlignes med profetien fra modellen.

De siste justeringene i valg av graddagsfaktorer ble gjort ved å utføre en lineær regresjon mellom modellert og observert spesifikk massebalanse og bedømme hvor bra regresjonslinja var. Dette ble kun gjort for parametersett som var av særlig interesse.

4 Resultater

4.1 Feltobservasjoner

4.1.1 Stakemålinger

Tabell 2 viser målingene fra de seks stakene som ble brukt i april og august. Som det fremgår av tabellen var all snø smeltet ved samtlige staker. Tabellen danner grunnlag for regresjonsanalysene vist i Figur 4 til 6.

Natten før undersøkelsene ble gjort i den øvre delen falt det et tynt snølag på breen. Det var derfor vanskelig å identifisere områder med påfrosset is. På grunn av dette ble det bestemt at effekten av smeltet snø som ikke forlater systemet skulle innkorporeres i graddagsfaktorene.

Tabell 2: Sakemålinger i april og august/september. For plassering av stakene, se Figur 2.

Stake	Høyde over havet (m)	April Snødybde (m)	August	
			Smeltet snø (m)	Smeltet is/firn (m)
1	312	0,76	0,76	2,27
2	385	1,01	1,01	2,13
3	467	1,08	1,08	1,86
5	567	1,12	1,12	1,50
7	619	1,20	1,20	1,20
8	710	1,30	1,30	0,98

4.1.2 Snøgroper

Av de stakene som stod oppreist ved feltarbeidet i august/september var det kun utført snøgropundersøkelser ved seks av dem. Disse seks utgjorde grunnlaget for beregningene til observert massebalanse. Målingene er presentert i Tabell 3 og Figur 3.

Snøgropundersøkelsene i mars avdekket få lag i snøkolonnen, og ingen av gropene hadde fremtredende islag. Dette tyder på at temperaturen har vært under frysepunktet så lenge snøen har ligget på breen, men det utelukker ikke at snø som falt tidlig på vinteren hadde smeltet bort.

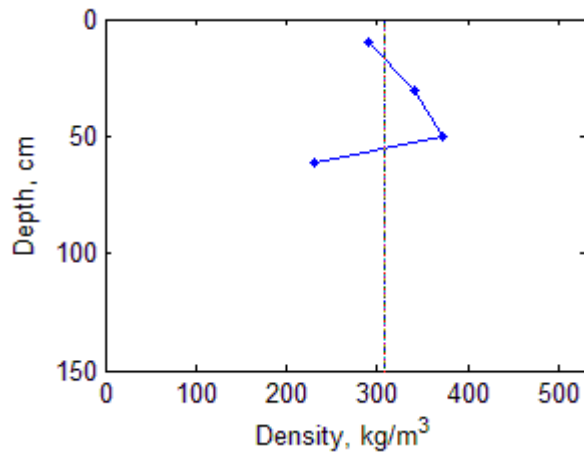
Tettheten ved overflaten var noenlunde lik for alle gropene. Selv om det er mest vanlig at tettheten øker med dybden kan man se i Figur 3 at det i alle profilene finnes seksjoner med

inversjon. Dette er mest fremtredende ved stake 1 og 2, med andre ord nærmest bretunga. Mest interessant er allikevel den store økningen i tetthet nederst i snøkolonnen ved stake 7, hvor det ble målt 512 kg/m^3 . Med tanke på at dette var en av gropene hvor man ikke fant is i bunnen av gropa er det nærliggende å anta at den nederste delen i realiteten var firn fra tidligere år. Ved å studere time lapse bildene ble det klart at smeltemønsteret i den øvre delen av breen ikke er uniform med høyden, og stake 7 var plassert på en punkt på breen hvor snøen ligger lengre enn omgivelsene. Selv om time lapse bildene er fra 2013, og bunnen av snøgropene gjenspeiler situasjonen våren 2012, er det ingenting som motsier at smeltemønsteret kunne ha vært det samme. Til denne oppgaven sees det for enkelhets skyld bort i fra muligheten at denne målingen er av firn fra fjoråret, og seksjonen innkorporeres som snø i akkumulasjonssesongen 2012/2013. Den gjennomsnittlige tettheten til snøgropen vil derfor kunne være unaturlig høy.

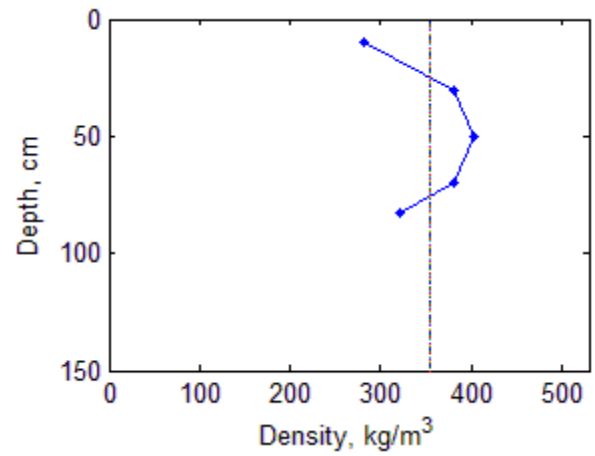
Ved feltobservasjoner i august/september ble likevektslinja observert ved ca. 770 moh i deler av breen som vender mot nordvest, og ved ca. 720 moh i områdene som vender mot nordøst. Siden firnområdet var så lite ble det valgt å se bort ifra dette under beregning av sommerbalansen. Det som var av firn ble derfor tolket som is av modellen. Med andre ord ble firnen gitt en noe høyere tetthet, og dermed større bidrag til sommerbalansen, enn det som faktisk var tilfelle. I tillegg er smelteraten til is høyere enn for firn på grunn av forskjellen i graddagsfaktor. Siden det ikke ble gjort dybdemålinger i firnlaget i august er det vanskelig å anslå feilmarginen.

Tabell 3: Kalkulerte tetthetsverdier i de seks snøgropene.

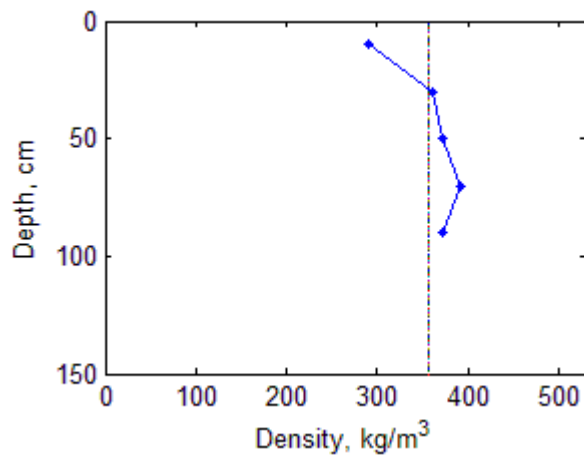
Dybde fra overflaten (cm)	Tetthet (kg/m^3)					
	Stake 2	Stake 2	Stake 3	Stake 5	Stake 7	Stake 8
0-20	291	281	291	301	281	261
20-40	342	382	362	372	322	382
40-80	372	402	372	382	382	402
80-100	230	382	392	362	382	382
100-120	0	322	372	372	422	362
120-140	0	0	0	0	382	382
140-	0	0	0	0	512	0
Gjennomsnitt	309	354	358	358	383	362



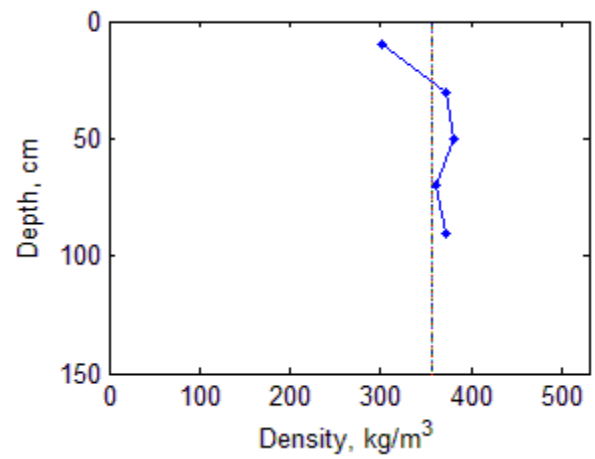
a)



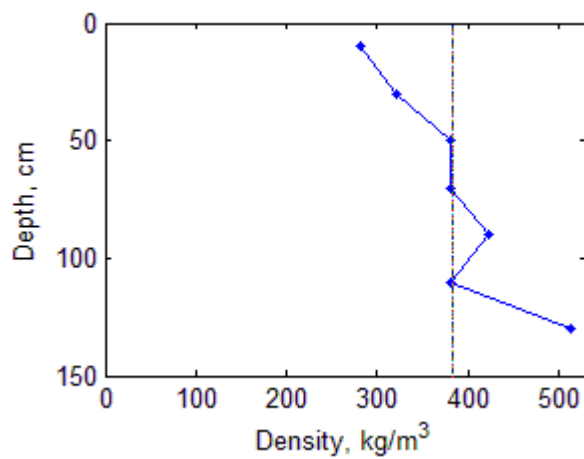
b)



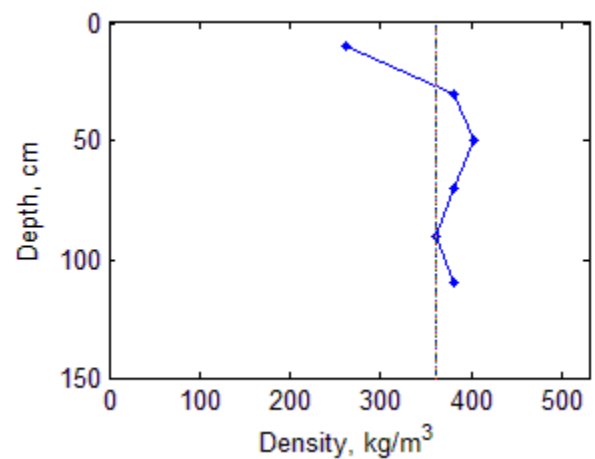
c)



d)



e)



f)

Figur 3: Tetthetsprofiler fra seks snøgroper. Figurene korresponderer til a) stake1, b) stake 2, c) stake 3, d) stake 5, e) stake 7 og f) stake 8. Gjennomsnittlig tetthet i hver grop er markert med stiplede linjer. Måleinstrumentet var en sylinder som veide snøkolonnen i 20 cm seksjoner. Punktene i grafene

markerer midpunktet for hver slik seksjon.

4.1.3 Massebalanse

Regresjonsanalysene gir en massebalansegradient for vinterbalansen lik:

$$y = 0,0005x \text{ m} - 0,11 \quad (14)$$

hvor y er spesifikk vinterbalanse ved høyde x . Regresjonslinjen har en RMSE = 30 cm, og $r^2 = 0,86$. Gradienten for vinterbalansen ble:

$$y = 0,0026x \text{ m} - 3,24 \quad (15)$$

med en RMSE = 70 cm og $r^2 = 0,97$. Og gradienten for nettobalanse ble lik:

$$y = 0,0031x \text{ m} - 3,12 \quad (16)$$

med RMSE = 50 cm og $r^2 = 0,99$. Alle de tre gradientene har en høy korrelasjon og en tilfredsstillende RMSE. Ved likevektslinja vil gradienten for nettobalansen være lik null. Ved å sette inn i (16) får man en beregnet likevektslinje lik:

$$x = \frac{3,12}{0,0031} \text{ m} = 1006 \text{ m}$$

Som tidligere nevnt ble likevektslinja observert mellom 720 og 770 m.o.h., 235-285 meter lavere enn beregnet likevektslinje.

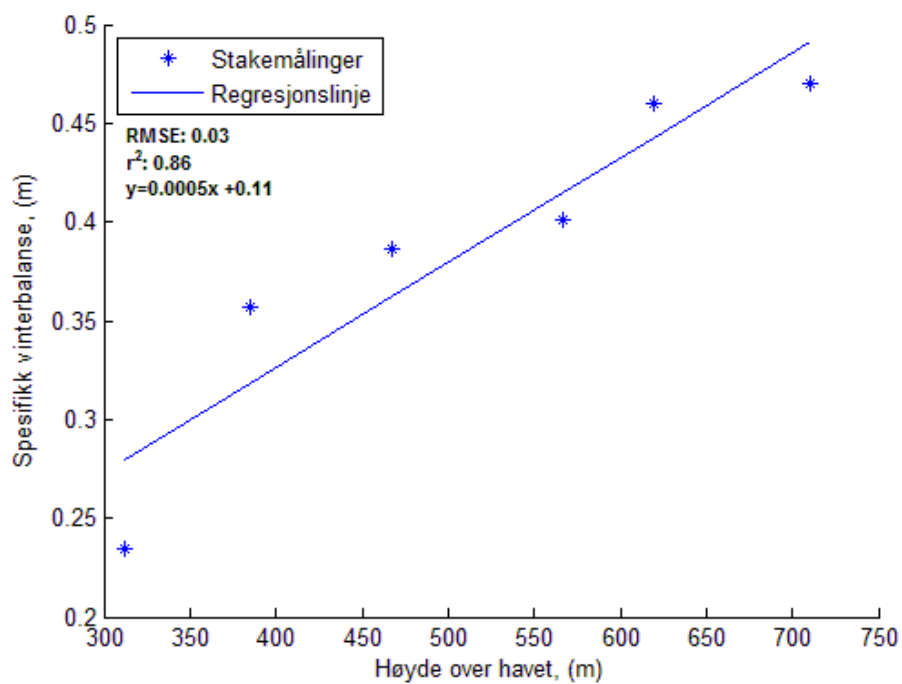
Figur 4-6 viser gradientene sammen med punktmålingene. I tillegg er RSME, r^2 og formel for regresjonslinja gitt for hver gradient. Figur 7 viser de tre gradientene i samme diagram, men her med høyde over havet langs y-aksen. Merk at det ikke er ekstrapolert for områdene utenfor stakemålingene.

I Figur 8 er gradientene distribuert over hele breen. De tilhørende masse- og volumbalanseberegningene er summert i Tabell 4, og viser en spesifikk nettobalanse på -1,20 m. v.ekv. med tilhørende volumbalanse på -18,14 MT v.ekv.

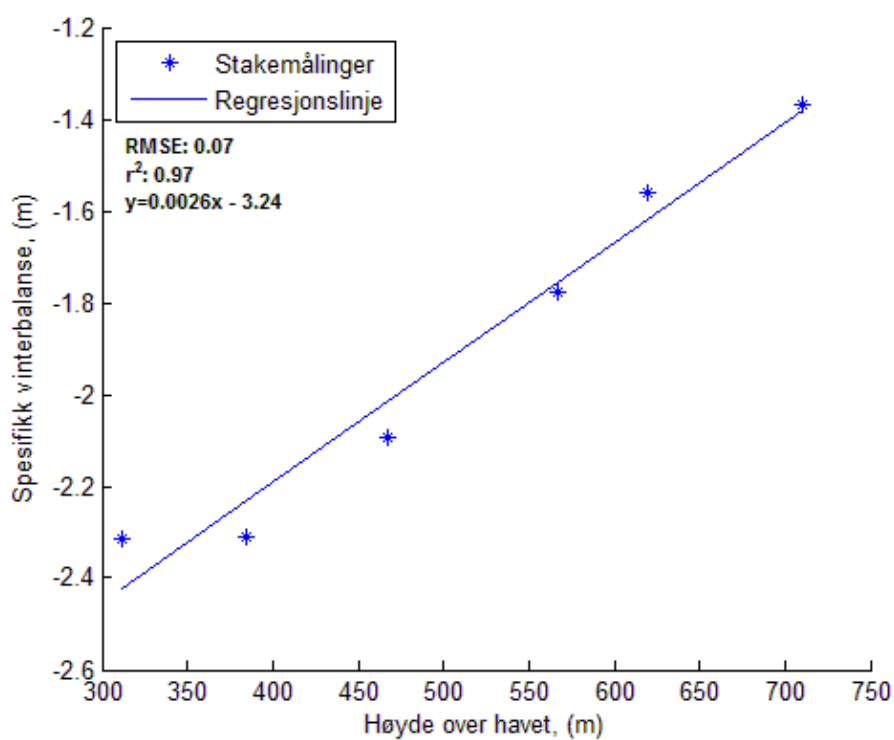
Tabell 4: Vinter-, sommer- og netto spesifikk massebalanse, b , og volumbalanse, V . Summert etter at gradientene fra regresjonsanalysene ble distribuert over hele bremasken.

Vinter		Sommer		Netto	
b_w (m v.ek)	V ($m^3 \cdot 10^6$)	b_s (m v.ek)	V ($m^3 \cdot 10^6$)	b_n (m v.ek)	V ($m^3 \cdot 10^6$)
0,44	6,64	-1,64	-24,78	-1,20	-18,14

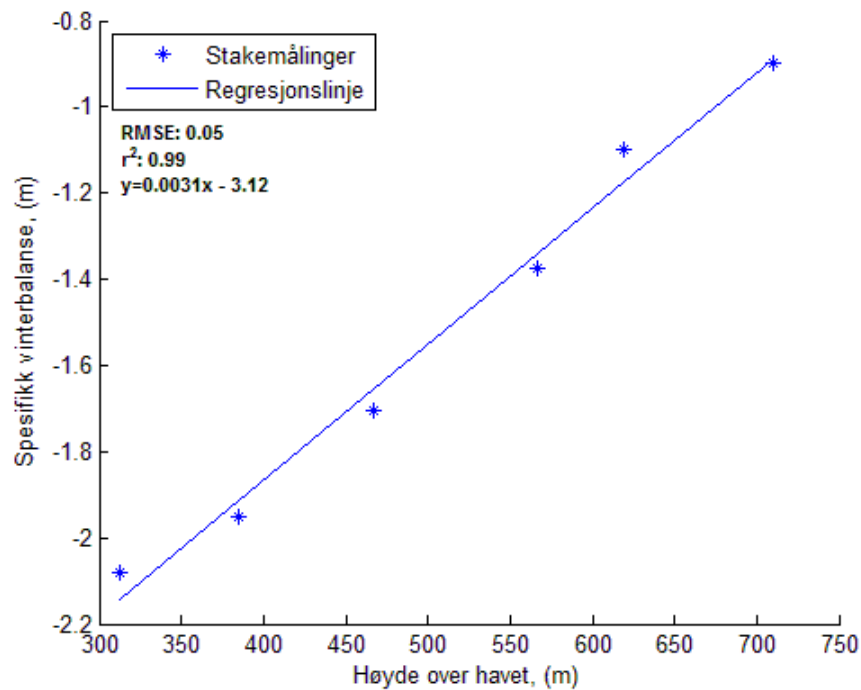
Resultatene fra massebalanseberegningene per høydeintervall er vist i Tabell 5. Spesifikk nettobalanse ble beregnet til -1.20 m over hele breen, med en tilsvarende volumbalanse på -18,15 MT v. ekv. Resultatene er i tråd med den distribuerte metoden.



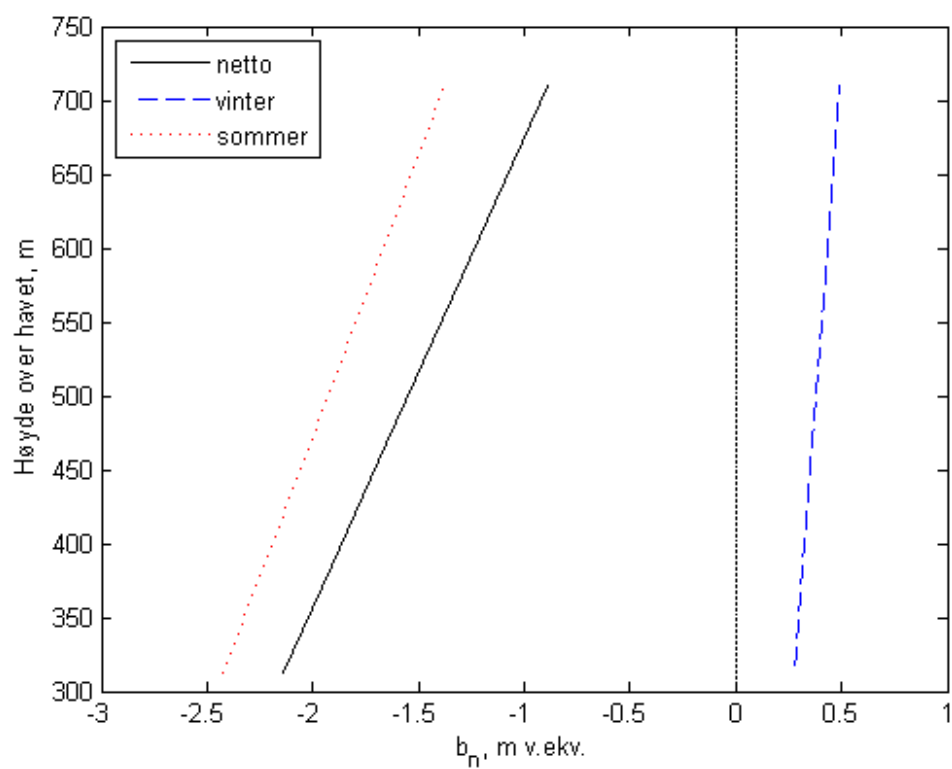
Figur 4: Resultater fra regresjonsanalyse for vinterbalansen. Blå stjerner markerer punktmålingene.



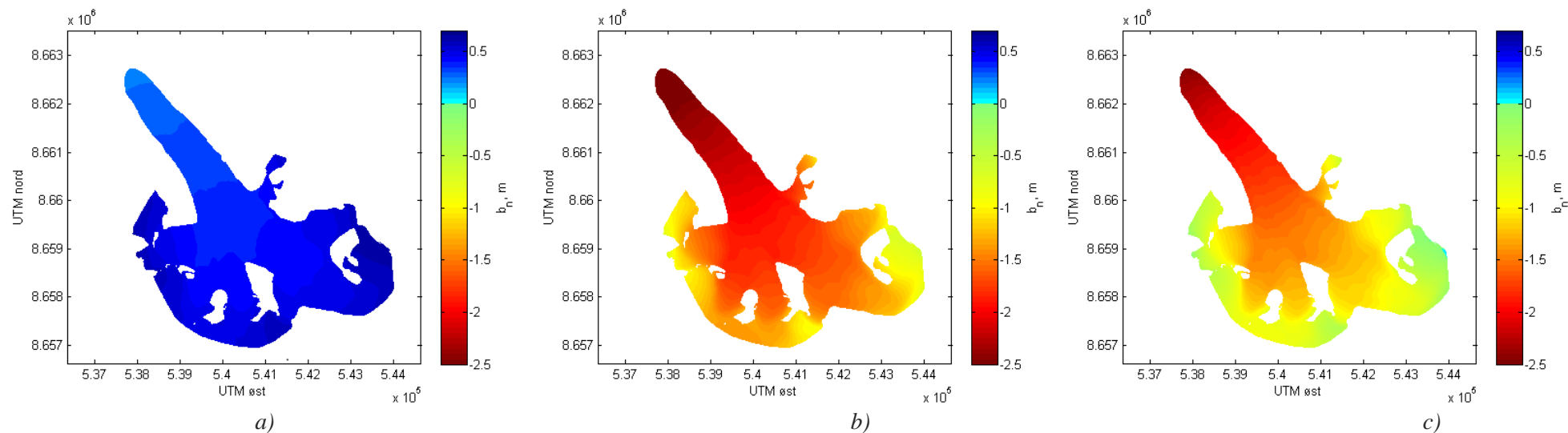
Figur 5: Resultat fra regresjonsanalyse for sommerbalansen. Blå stjerner markerer punktmålingene.



Figur 6: Resultat fra regresjonsanalyse for nettobalansen. Blå stjerner markerer punktmålingene.



Figur 7: Massebalansegradienter for vinter, sommer og netto balanse.



Figur 8: a) Vinter-, b) sommer- og c) nettobalanse for Marthabreen sesongen 2012-2013, distribuert over hele breen. Beregnet ved lineær regresjon mellom høyde over havet og stakemålinger. I følge figur c) er det kun et lite område i vest som lå høyt nok til at noe av årets snø ble liggende. Feltobservasjoner viste at likevektslinja lå noe lavere i terrenget.

Tabell 5: Massebalanse for de respektive høydeintervallene for vinter-, sommer- og netto balanse.

Marthabreen 2013							
Høyde (m.o.h.)	Area (km ²)	Vinter		Sommer		Netto	
		b _w (m v.ekv)	V (MT)	b _s (m v.ekv)	V (MT)	b _n (m v.ekv)	V (MT)
1025 - 1075	0,00	0,67	0,00	-0,49	0,00	0,18	0,00
975 - 1025	0,06	0,64	0,04	-0,62	-0,04	0,02	0,00
925 - 975	0,31	0,62	0,19	-0,75	-0,24	-0,14	-0,04
875 - 925	0,40	0,59	0,24	-0,88	-0,35	-0,29	-0,12
825 - 875	0,83	0,57	0,47	-1,02	-0,84	-0,45	-0,37
775 - 825	0,95	0,54	0,51	-1,15	-1,09	-0,61	-0,58
725 - 775	1,11	0,51	0,57	-1,28	-1,42	-0,76	-0,85
675 - 725	1,73	0,49	0,84	-1,41	-2,44	-0,92	-1,60
625 - 675	1,69	0,46	0,78	-1,54	-2,60	-1,08	-1,82
575 - 625	1,84	0,43	0,79	-1,67	-3,06	-1,24	-2,27
525 - 575	2,09	0,41	0,85	-1,80	-3,76	-1,39	-2,91
475 - 525	1,17	0,38	0,44	-1,93	-2,26	-1,55	-1,82
425 - 475	0,81	0,35	0,29	-2,06	-1,67	-1,71	-1,39
375 - 425	0,74	0,33	0,24	-2,19	-1,62	-1,87	-1,38
325 - 375	0,66	0,30	0,20	-2,32	-1,54	-2,02	-1,34
275 - 325	0,40	0,27	0,11	-2,45	-0,99	-2,18	-0,88
225 - 275	0,30	0,25	0,07	-2,58	-0,77	-2,34	-0,70
175 - 225	0,03	0,22	0,01	-2,71	-0,08	-2,49	-0,08
175 - 1075	15,14	0,44	6,64	-1,64	-24,79	-1,20	-18,15

4.1.4 Timelapse kameraer

Figur 9 og Figur 10 viser utsikten fra henholdsvis det vestlige og det østlige kameraet. Begge bildene er tatt på datoen som ble tolket som første dag med isoverflate ved værstasjonen, 29 juni. Ved stake 8 var det ikke mulig å fastlå nøyaktig tidspunkt for overgang fra snø- til isoverflate. Det beste absolutte anslaget er at overgangen skjedde etter 15. juli.



Figur 9: Utsikt fra vestlig timelapse kamera, med utslaget fra Svea Nord i midten nederst. Veien går opp mot utslaget fra Lunckefjell. Bildet er tatt 29.06.2013 og ble tolket som første dag uten snø ved værstasjonen, innringet i rødt.



Figur 10: Utsikt fra østlig time lapse kamera, med den øvre delen av veien til Lunckefjell med gruveinstallasjonene utenfor innslaget til den nye gruva. Bildet er på samme dato som Figur 9. Man kan tydelig se påvirkningen fra installasjonene ved at snøen på oversiden av veien er helt hvit, mens nedenfor veien er breen preget av løsmasser som øker smelteraten.

4.2 Meteorologiske data

4.2.1 Temperatur

Figur 11 viser gjennomsnittlig daglig temperatur for perioden 22. april – 30. august, registrert av den automatiske værstasjonen. Serien kan deles inn i to deler med et skille ved 30. mai. I den første delen var temperaturen under 0°C med unntak av fire dager. Ved nærmere undersøkelser viser det seg at noen av dagene med gjennomsnittstemperatur under 0°C opplevde kortere perioder med positive temperaturer. Disse episodene var sjelden varmere enn 1°C, og de få periodene som var varmere enn dette varte kun én til to timer. Tiden etter 30. mai kan karakteriseres som smelteperioden, med kun ti dager under frysepunktet.

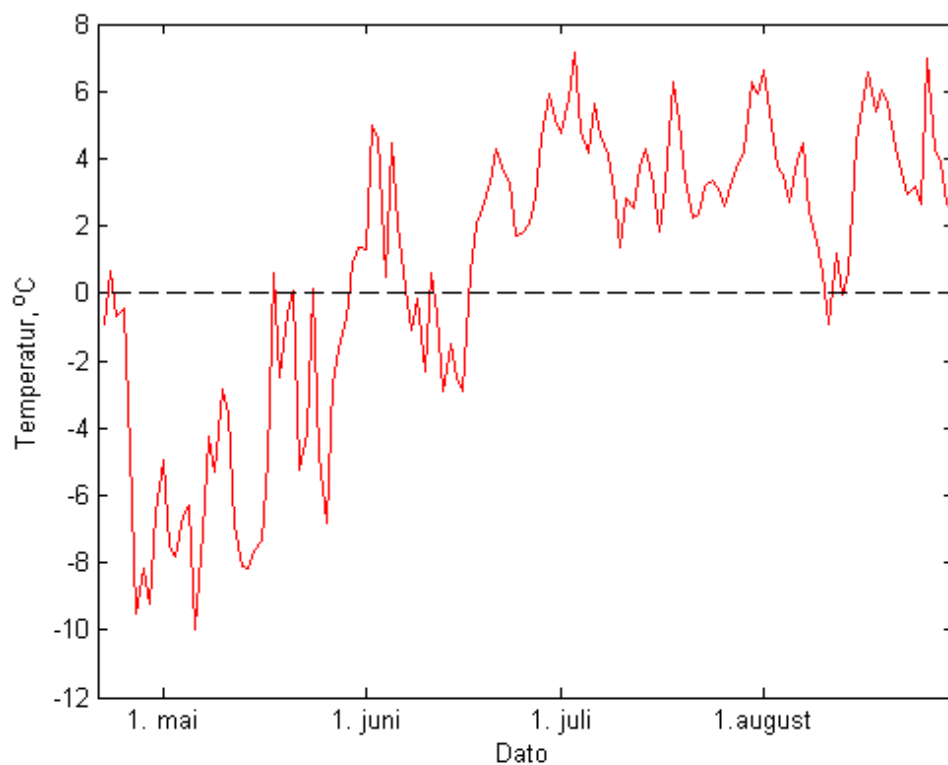
Det ble også sett på temperaturer målt ved Svalbard Lufthavn i årene 2011-2013. I sesongen 2011/2012 var det mulig å identifisere to perioder med unormalt høye temperaturer: 27. januar til 1. februar og 7. til 9. februar. I disse tidrommene var temperaturen, med noen få unntak, over 0°C. 8. februar hadde en gjennomsnittlig dagstemperatur på over 4°C. Ser man på månedlige gjennomsnittstemperaturer var vinteren 2011/2012 blant de varmeste de siste 30 år, med ingen måned kaldere enn -10°C. I sesongen 2012/2013 var vinteren mer normal med tanke på temperatur.

Figur 12 viser månedlige gjennomsnittstemperaturer for de to sesongene, og Figur 13 viser månedlige gjennomsnittstemperaturer for alle årene mellom 1976 og 2013. Som man kan se i sistnevnte figur sank gjennomsnittlig lufttemperatur ved Svalbard Lufthavn under 0°C i midten av september.

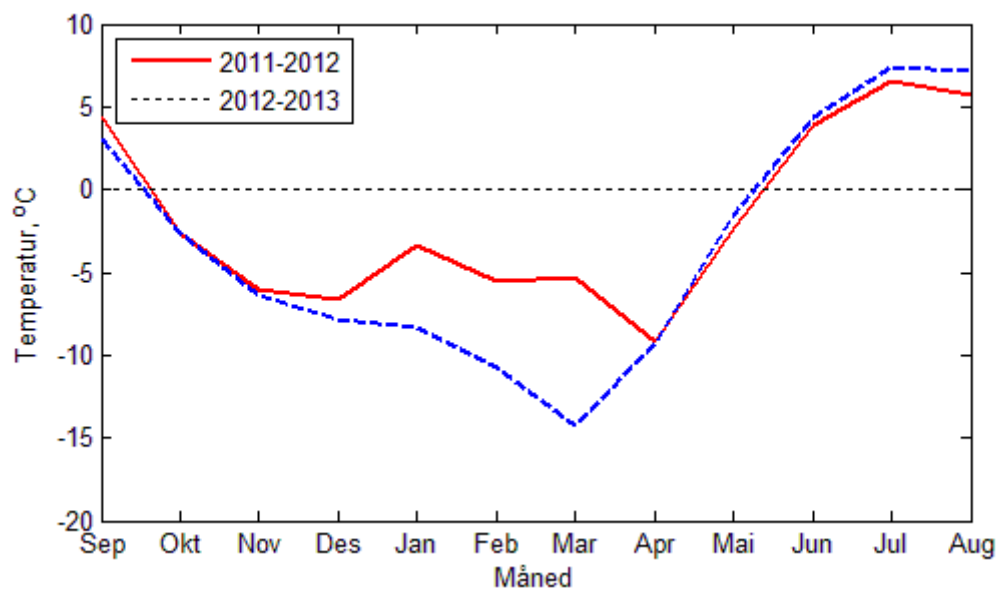
4.2.2 Nedbør

Nedbørsdata fra Svalbard Lufthavn viser at det iløpet av vinteren 2011/2012 var en kraftig nedbørsperiode i januar/februar (Figur 14). Resten av vinteren kom det lite nedbør.

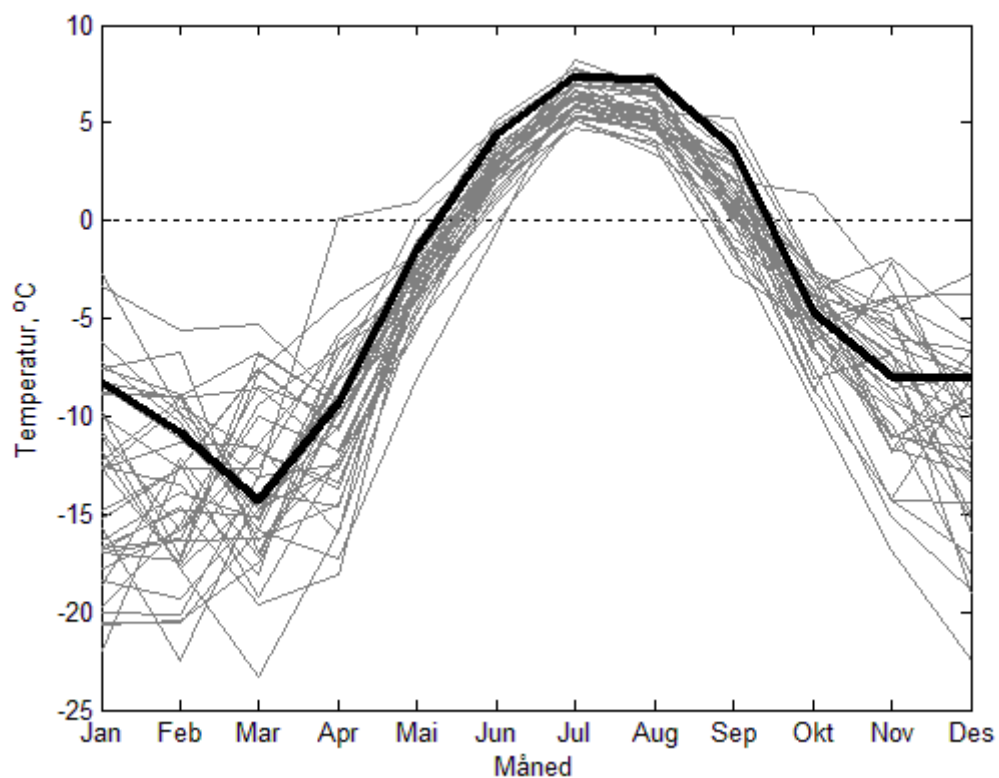
I sesongen 2012/2013 var det en kort periode i desember hvor det falt mye snø, mens resten av vinteren var nedbørsfattig. Siden det ikke var noen varmeperiode tilsvarende foregående vinter (Figur 12) antas det at mesteparten av denne nedbøren forble som snø utover vinteren. I perioden mellom feltarbeid i april og starten på smeltesesongen i slutten av mai falt det noe nedbør. Dersom dette også var tilfelle på Marthabreen vil graddagsmodellen overestimere smelting siden den tror snødekket var borte tidligere enn det faktisk var.



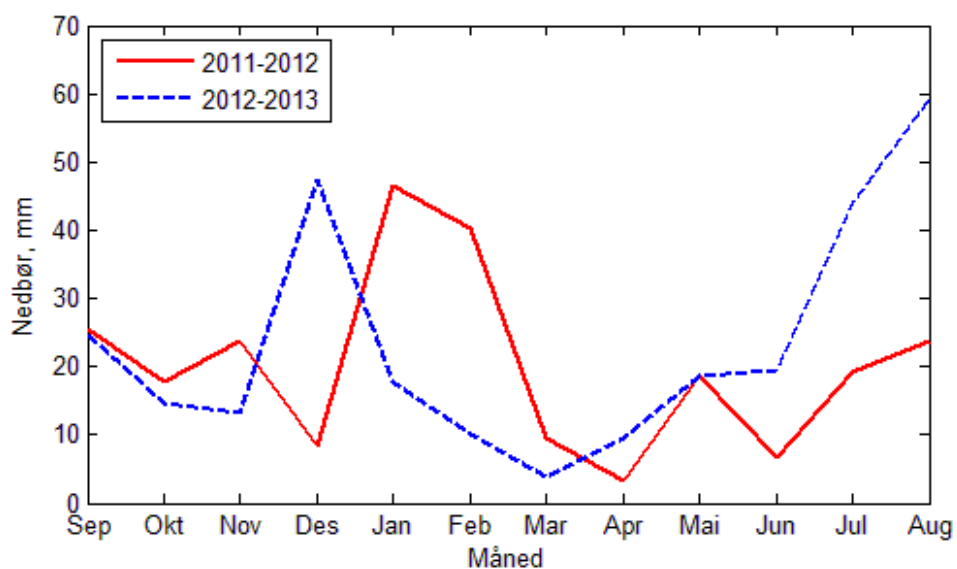
Figur 11: Temperaturserie fra den automatiske værstasjonen i tidsrommet 19. april til 31. august 2013. Plasseringen av stasjonen er merket rødt i Figur 2, og ligger 467 meter over havet.



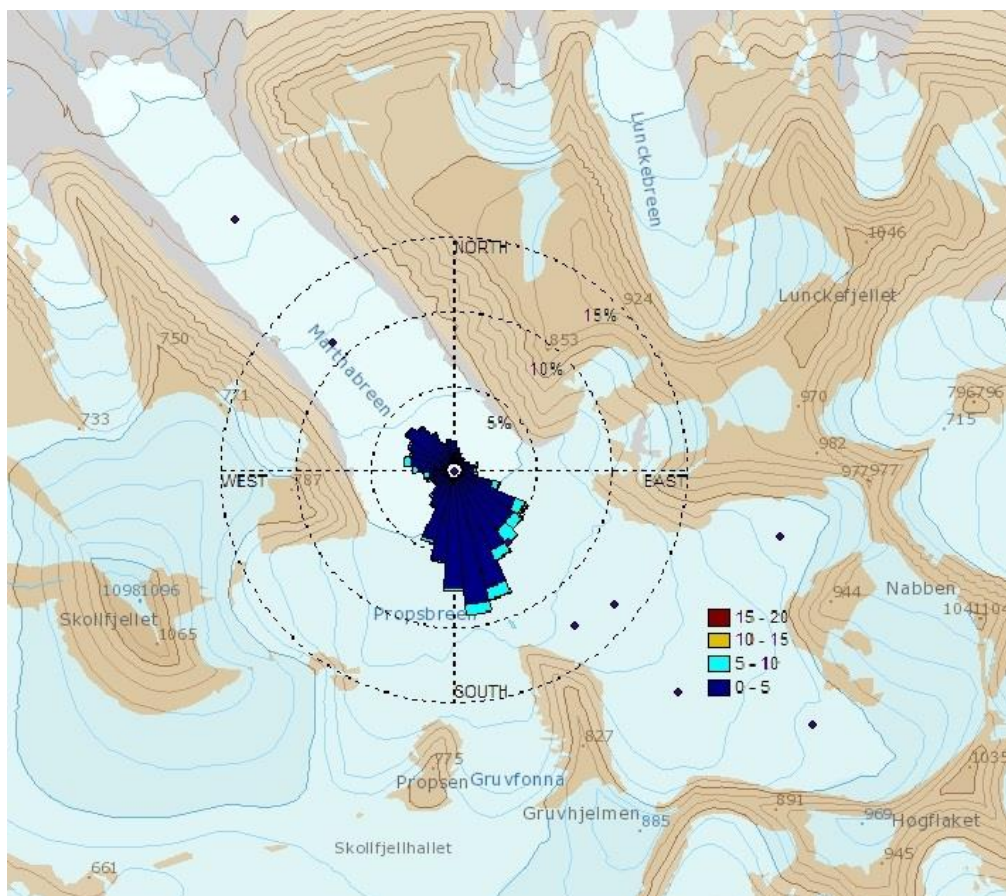
Figur 12: Månedlige gjennomsnittstemperaturer ved Svalbard Lufthavn for sesongene 2011-12 og 2012-13. Data hentet fra eklima.no (Meteorologisk Institutt, 2014)



Figur 13: Månedlige gjennomsnittstemperaturer ved Svalbard Lufthavn, 1976-2013. 2013 er uthevet. Data fra meteorologisk institutt. Data hentet fra eklima.no (Meteorologisk Institutt, 2014)



Figur 14: Månedlig nedbør ved Svalbard Lufthavn for sesongene 2011-12 og 2012-13. Data hentet fra eklima.no (Meteorologisk Institutt, 2014)



Figur 15: Kart over Marthabreen med vindrose plassert på punktet for værstasjonen. Vindhastighet er gitt i m s^{-1} . Vindrosen viser et typisk katabatisk vindmønster man kan finne på isbreer, men på grunn av usikkerhet med måleinstrumentet kan ikke figuren tas som et endelig bevis. De blå firkantene markerer stakeplasseringer.

4.2.3 Vind

I perioden mellom feltarbeid i april og august hadde værstasjonen både forflyttet seg og dreid noe om sin egen akse. Ved å se på bilder tatt under feltarbeid i april og august ble det klart at forflytningen kom som et resultat av snøsmelting: Opprinnelig stod stasjonen mer enn to meter fra stake 3, mens i august var de helt inntil hverandre. I tillegg kan man se at vindmåleren ikke peker i samme himmelretning. Ser man på vinddata i dette tidsrommet kan det ikke observeres noen brå endring i vindmønsteret, så det antas at forflytningen har foregått gradvis. For å ha en grov skisse av vindretning ble det allikevel konstruert en vindrose fra målingene og lagt oppå et kart over breen, vist i Figur 15. Som ventet viser den en sterk katabatisk effekt over breen. På grunn av usikkerheten knyttet til vindretningen tas dette kun med som en indikator.

4.3 Graddagsmodellen

4.3.1 Massebalanse

Ved hjelp av time lapse kameraene ble det anslått at overgangen fra snø- til isoverflate skjedde den 29. juni. Heller ikke her var smeltingen uniform med høyden. I tillegg viser bildene at områdene som ligger i nærheten av, og nedstrøms fra, de nye gruveinstallasjonene har et annerledes smeltemønster. I disse områdene forsvinner snøen tidligere enn på resten av breen. Dette er spesielt tydelig i nærheten av områdene hvor det er anlagt grustak på isen.

4.3.2 Temperaturgradient og graddagsfaktorer

Tabell 6-8 viser hvordan resultatene fra den fullt distribuerte metoden presterte mot observert volumbalanse, med temperaturgradient lik henholdsvis $-0,004$, $-0,005$ og $-0,006 \text{ K m}^{-1}$. Tilsvarende tabeller for gradientene $-0,0045$, $-0,0055$ og $-0,0067$ finnes i Vedlegg 2. Faktorparene som hadde en forskjell mindre enn $\pm 0,005 \text{ m v.ekv.}$ er uthevet i hver tabell.

Resultatene fra kalibreringen er samlet i Tabell 9-11. For hver temperaturgradient er de aktuelle faktorparene listet opp med følgende verdier: For fullt distribuert modell; sommervolumbalanse, spesifikk sommerbalanse, RMSE, RMSE som prosent av gjennomsnittlig observert verdi, NSE og dårligste under- og overestimering. For stakemodell: RMSE, RMSE som prosent av observert verdi, NSE og modellert anslag for overgang fra snø- til isoverflate.

For noen av parametrene er beste resultat for hver temperaturgradient uthevet.

Som tidligere nevnt kan man se at overgangen fra snø til is ved stake 8 skjedde i slutten av juli. På grunn av noe ugunstig kameravinkel, samt plasseringen av selve staken, var det umulig å finne nøyaktig tidspunkt for overgange. Videre ble det også klart at det i det aktuelle tidsrommet var minst én episode med nysnø. Det var med andre ord ikke snakk om noen lineær smelting, og vekslingen mellom snø- og isoverflate er umulig å ta høyde for i modellen som er valgt for oppgaven. Derfor ble tidspunkt for overgang mellom is og snø kun brukt som en subjektiv indikator på modellprestasjon; dersom et faktorpar tilsier en overgang i starten av juli anses det som et dårlig par.

Tabell 6: Forskjell mellom modellert og observert spesifikk massebalanse, med varierende verdier for DDFs og DDFi og temperaturgradient lik $-0,004 \text{ K m}^{-1}$. Faktorpar som gir en differanse på mindre enn $\pm 0,05 \text{ m v.ekv.}$ er uthevet.

DDFi	DDFs																																					
	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7		
6,1	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8	
6,2	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6		
6,3	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	
6,4	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	
6,5	2,4	2,3	2,2	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2		
6,6	2,3	2,2	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1		
6,7	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0		
6,8	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2		
6,9	2,0	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3		
7	1,9	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	
7,1	1,8	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6		
7,2	1,7	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7		
7,3	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9		
7,4	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0		
7,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1		
7,6	1,2	1,1	1,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3		
7,7	1,1	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4		
7,8	1,0	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5		
7,9	0,9	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,7		
8	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8		
8,1	0,7	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	1,9		
8,2	0,6	0,5	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0	2,1		
8,3	0,5	0,4	0,2	0,1	0,0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2		
8,4	0,4	0,3	0,1	0,0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4		
8,5	0,3	0,2	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5		
8,6	0,2	0,1	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,5	2,6	2,6		
8,7	0,1	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8		
8,8	0,0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9		
8,9	0,1	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,0		
9	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2		
9,1	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3		
9,2	0,4	0,6	0,7	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4			
9,3	0,5	0,7	0,8	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6		
9,4	0,6	0,8	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,7	3,7		
9,5	0,7	0,9	1,1	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,3	3,3	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,7	3,7	3,8	3,8	3,9		
9,6	0,8	1,0	1,2	1,3	1,5	1,6	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,3	3,3	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,7	3,8	3,8	3,9	3,9	3,9	4,0		

Tabell 7: Forskjell mellom modellert og observert spesifikk massebalanse, med varierende verdier for DDFs og DDFi og temperaturgradient lik $-0,005 \text{ K m}^{-1}$. Faktorpar som gir en differanse på mindre enn $\pm 0,05 \text{ m v.ekv.}$ er uthevet.

DDFs																																					
DDFi	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7	
6,1	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9
6,2	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8	
6,3	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6		
6,4	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	
6,5	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	
6,6	2,4	2,3	2,2	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	
6,7	2,3	2,2	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	
6,8	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	
6,9	2,1	2,0	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	
7	2,0	1,9	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	
7,1	1,9	1,8	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,5	
7,2	1,8	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	
7,3	1,7	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	
7,4	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8	0,9	
7,5	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0	
7,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	
7,7	1,3	1,1	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	
7,8	1,2	1,0	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	
7,9	1,1	0,9	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	
8	1,0	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,7	
8,1	0,9	0,7	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	
8,2	0,8	0,6	0,5	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	1,9	
8,3	0,7	0,5	0,4	0,2	0,1	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0	2,1	
8,4	0,6	0,4	0,3	0,1	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	
8,5	0,5	0,3	0,2	0,0	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	
8,6	0,4	0,2	0,0	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,5	
8,7	0,3	0,1	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	
8,8	0,1	0,0	0,2	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	
8,9	0,0	0,1	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,8	2,9	
9	0,1	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	
9,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	
9,2	0,3	0,4	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	
9,3	0,4	0,5	0,7	0,8	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	
9,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,1	1,2	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6	
9,5	0,6	0,7	0,9	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,7	3,7	
9,6	0,7	0,8	1,0	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,2	3,2	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,7	3,7	3,8	3,8	

Tabell 8: Forskjell mellom modellert og observert spesifikk massebalanse, med varierende verdier for DDFs og DDFi og temperaturgradient lik $-0,006K\ m^{-1}$. Faktorpar som gir en differanse på mindre enn $\pm 0,05\ m\ v.ekv.$ er uthevet.

DDFs																																					
DDFi	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7	
6,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0
6,2	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8
6,3	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7
6,4	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6
6,5	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4
6,6	2,5	2,4	2,3	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
6,7	2,4	2,3	2,2	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
6,8	2,3	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0
6,9	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1
7	2,1	2,0	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
7,1	2,0	1,9	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4
7,2	1,9	1,8	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,5
7,3	1,8	1,7	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6
7,4	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7
7,5	1,6	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8	0,9	0,9
7,6	1,5	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0
7,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	
7,8	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	
7,9	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	
8	1,1	0,9	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	
8,1	1,0	0,8	0,7	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,7	
8,2	0,9	0,7	0,6	0,5	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,8	1,8	1,8	
8,3	0,8	0,6	0,5	0,4	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	1,9	1,9	
8,4	0,7	0,5	0,4	0,3	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0	2,1	
8,5	0,6	0,4	0,3	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	
8,6	0,5	0,3	0,2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	
8,7	0,4	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,5	
8,8	0,3	0,1	0,0	0,2	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	
8,9	0,2	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,7	
9	0,1	0,1	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9
9,1	0,0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	
9,2	0,1	0,3	0,4	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,1	3,1	
9,3	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	
9,4	0,3	0,5	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	
9,5	0,4	0,6	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,5	
9,6	0,5	0,7	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,7	

Tabell 9: Kalibreringsresultater med temperaturgradient = **-0,004 K m⁻¹**. DDFi og DDFs angir de aktuelle faktorparene, som har tilhørende sommervolumbalanse, V_s , og spesifikk sommerbalanse, b_s . Mod-obs er differansen mellom modellert og observert verdi. For hvert faktorpar oppgis RMSE, RMSE som prosent av målt verdi (RMSEp) og NSE for distribuert metode (D) og stakemetode (S). Snø -> is angir modellert dato for overgang fra snø- til isoverflate ved stake 8. De beste verdiene er uthevet for noen av kolonnene.

DDFi	DDFs	b_s	Mod-obs	V_s	RMSE D	RMSEp D	NSE D	RMSE S	RMSEp S	NSE S	snø -> is
8,8	3,5	-23,09	1,69	-1,53	4,93	12,04	0,79	0,20	10,24	0,71	801
8,5	3,7	-23,38	1,40	-1,54	4,03	9,85	0,86	0,17	8,81	0,79	731
8,4	3,8	-23,57	1,21	-1,56	3,61	8,83	0,88	0,16	8,29	0,81	730
8,3	3,9	-23,73	1,05	-1,57	3,23	7,89	0,91	0,15	7,81	0,83	729
7,9	4,3	-24,16	0,62	-1,60	1,93	4,72	0,97	0,12	6,10	0,90	724
7,8	4,4	-24,22	0,56	-1,60	1,67	4,08	0,98	0,11	5,74	0,91	722
7,7	4,5	-24,25	0,53	-1,60	1,44	3,52	0,98	0,10	5,42	0,92	721
7,6	4,6	-24,27	0,51	-1,60	1,25	3,04	0,99	0,10	5,14	0,93	720
7,6	4,7	-24,51	0,27	-1,62	0,97	2,37	0,99	0,10	5,04	0,93	720
7,5	4,8	-24,50	0,28	-1,62	0,82	1,99	0,99	0,09	4,79	0,94	719
7,4	5	-24,68	0,10	-1,63	0,54	1,32	1,00	0,09	4,52	0,94	718
7,3	5,1	-24,63	0,15	-1,63	0,56	1,36	1,00	0,08	4,39	0,95	717
7,3	5,2	-24,81	-0,03	-1,64	0,51	1,25	1,00	0,08	4,33	0,95	716
7,2	5,3	-24,74	0,04	-1,63	0,62	1,51	1,00	0,08	4,25	0,95	715
7,2	5,4	-24,91	-0,13	-1,65	0,68	1,67	1,00	0,08	4,20	0,95	715
7,1	5,6	-24,98	-0,20	-1,65	0,91	2,23	0,99	0,08	4,13	0,95	714
7,1	5,7	-25,13	-0,35	-1,66	1,06	2,59	0,99	0,08	4,14	0,95	713
7	5,8	-25,02	-0,24	-1,65	1,14	2,79	0,99	0,08	4,15	0,95	712
7	5,9	-25,16	-0,38	-1,66	1,27	3,11	0,99	0,08	4,13	0,95	712
6,9	6,1	-25,16	-0,38	-1,66	1,48	3,61	0,98	0,08	4,20	0,95	709
6,9	6,2	-25,28	-0,50	-1,67	1,60	3,92	0,98	0,08	4,20	0,95	709
6,8	6,4	-25,25	-0,47	-1,67	1,78	4,34	0,97	0,08	4,33	0,95	708
6,8	6,5	-25,36	-0,58	-1,68	1,89	4,62	0,97	0,08	4,33	0,95	708
6,8	6,6	-25,47	-0,69	-1,68	2,01	4,92	0,96	0,08	4,35	0,95	708
6,7	6,8	-25,40	-0,62	-1,68	2,14	5,23	0,96	0,09	4,52	0,94	707
6,7	6,9	-25,50	-0,72	-1,68	2,25	5,49	0,96	0,09	4,53	0,94	707
6,7	7	-25,59	-0,81	-1,69	2,36	5,76	0,95	0,09	4,55	0,94	707

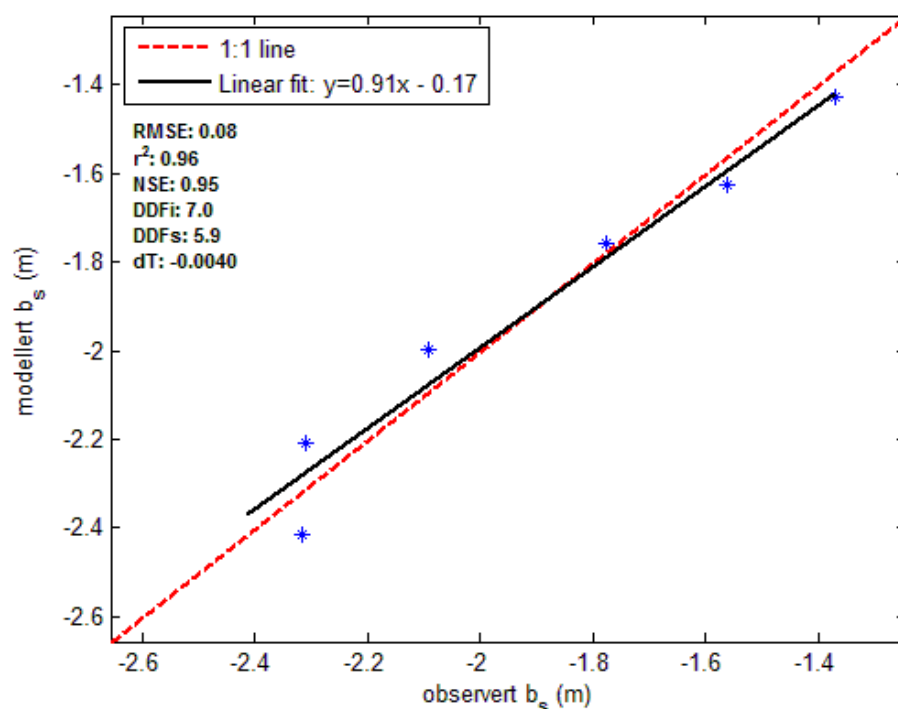
I Tabell 9 er det to faktorpar som skiller seg ut: 7,3 / 5,2 og 7,0 / 5,9. For å sammenligne modellprestasjon til disse to parene ble det utført en lineær regresjon mellom modellert og observert spesifikk massebalanse ved stakene. Resultatene kan sees i Figur 16 og Figur 17

Tabell 10: Kalibreringsresultater med temperaturgradient = $-0,005 \text{ K m}^{-1}$. DDFi og DDFs angir de aktuelle faktorparene, som har tilhørende sommervolumbalanse, V_s , og spesifikk sommerbalanse, b_s . Mod-obs er differansen mellom modellert og observert verdi. For hvert faktorpar oppgis RMSE, RMSE som prosent av målt verdi (RMSEp) og NSE for distribuert metode (D) og stakemetode (S). Snø -> is angir modellert dato for overgang fra snø- til isoverflate ved stake 8. De beste verdiene er uthevet for noen av kolonnene.

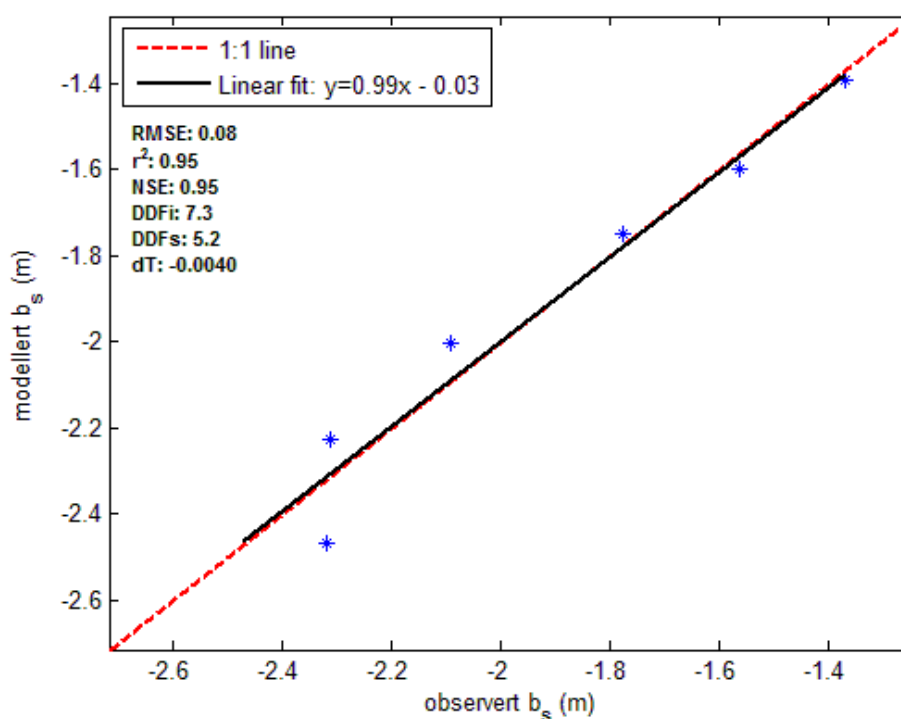
DDFi	DDFs	bs	Mod-obs	Vs	RMSE D	RMSEp D	NSE D	RMSE S	RMSEp S	NSE S	snø -> is
8,9	3,5	-22,07	2,71	-1,46	7,96	19,45	0,44	0,29	15,31	0,36	804
8,8	3,6	-22,32	2,46	-1,47	7,50	18,33	0,50	0,28	14,63	0,41	803
8,6	3,7	-22,36	2,42	-1,48	7,06	17,25	0,56	0,26	13,60	0,49	802
8,5	3,8	-22,55	2,23	-1,49	6,65	16,24	0,61	0,25	12,97	0,54	801
8,4	3,9	-22,72	2,06	-1,50	6,26	15,30	0,65	0,24	12,36	0,58	801
8,3	4	-22,86	1,92	-1,51	5,89	14,40	0,69	0,22	11,77	0,62	731
8,2	4,1	-22,99	1,79	-1,52	5,55	13,56	0,73	0,21	11,20	0,65	731
8,1	4,2	-23,09	1,69	-1,53	5,22	12,75	0,76	0,20	10,65	0,69	730
8	4,3	-23,17	1,61	-1,53	4,91	12,00	0,79	0,19	10,12	0,72	729
7,9	4,4	-23,24	1,54	-1,54	4,62	11,29	0,81	0,18	9,60	0,75	728
7,8	4,5	-23,29	1,49	-1,54	4,35	10,63	0,83	0,17	9,10	0,77	726
7,7	4,7	-23,55	1,23	-1,56	3,83	9,36	0,87	0,16	8,47	0,80	724
7,6	4,8	-23,56	1,22	-1,56	3,61	8,81	0,89	0,15	8,01	0,82	722
7,5	5	-23,75	1,03	-1,57	3,17	7,74	0,91	0,14	7,45	0,85	720
7,4	5,1	-23,72	1,06	-1,57	2,99	7,30	0,92	0,13	7,04	0,86	720
7,4	5,2	-23,91	0,87	-1,58	2,77	6,78	0,93	0,13	6,93	0,87	719
7,3	5,3	-23,85	0,93	-1,58	2,62	6,41	0,94	0,12	6,54	0,88	719
7,3	5,4	-24,02	0,76	-1,59	2,43	5,93	0,95	0,12	6,43	0,89	719
7,2	5,6	-24,10	0,68	-1,59	2,12	5,17	0,96	0,11	5,98	0,90	718
7,1	5,8	-24,16	0,62	-1,60	1,84	4,50	0,97	0,11	5,56	0,91	715
7,1	5,9	-24,30	0,48	-1,61	1,69	4,13	0,97	0,10	5,49	0,92	715
7	6,1	-24,32	0,46	-1,61	1,46	3,57	0,98	0,10	5,12	0,93	714
7	6,2	-24,44	0,34	-1,61	1,34	3,26	0,98	0,10	5,06	0,93	714
6,9	6,4	-24,43	0,35	-1,61	1,16	2,82	0,99	0,09	4,73	0,94	712
6,9	6,5	-24,54	0,24	-1,62	1,05	2,57	0,99	0,09	4,68	0,94	710
6,8	6,7	-24,50	0,28	-1,62	0,93	2,27	0,99	0,08	4,42	0,95	709
6,8	6,8	-24,60	0,18	-1,63	0,84	2,05	0,99	0,08	4,37	0,95	709
6,8	6,9	-24,70	0,08	-1,63	0,78	1,91	0,99	0,08	4,33	0,95	709

Tabell 11: Kalibreringsresultater med temperaturgradient = **-0,006 K m⁻¹**. DDFi og DDFs angir de aktuelle faktorparene, som har tilhørende sommervolumbalanse, V_s , og spesifikk sommerbalanse, b_s . Mod-obs er differansen mellom modellert og observert verdi. For hvert faktorpar oppgis RMSE, RMSE som prosent av målt verdi (RMSEp) og NSE for distribuert metode (D) og stakemetode (S). Snø -> is angir modellert dato for overgang fra snø- til isoverflate ved stake 8. De beste verdiene er uthevet for noen av kolonnene.

DDFi	DDFs	bs	Mod-obs	Vs	RMSE D	RMSEp D	NSE D	RMSE S	RMSEp S	NSE S	snø -> is
9,1	3,5	-21,35	0,86	-1,41	10,73	26,20	-0,02	0,40	21,21	-0,24	816
8,9	3,6	-21,43	0,86	-1,42	10,25	25,04	0,07	0,38	20,00	-0,10	808
8,8	3,7	-21,64	0,87	-1,43	9,83	24,02	0,15	0,37	19,28	-0,02	807
8,6	3,8	-21,66	0,87	-1,43	9,40	22,97	0,22	0,35	18,12	0,10	805
8,5	3,9	-21,82	0,88	-1,44	9,03	22,05	0,28	0,33	17,44	0,16	803
8,4	4	-21,97	0,89	-1,45	8,67	21,18	0,34	0,32	16,77	0,23	803
8,3	4,1	-22,09	0,89	-1,46	8,33	20,35	0,39	0,31	16,13	0,28	802
8,2	4,2	-22,19	0,90	-1,47	8,01	19,56	0,43	0,30	15,50	0,34	801
8,1	4,3	-22,28	0,90	-1,47	7,70	18,81	0,48	0,28	14,88	0,39	801
8	4,4	-22,34	0,90	-1,48	7,40	18,09	0,52	0,27	14,28	0,44	731
7,9	4,5	-22,40	0,90	-1,48	7,12	17,40	0,55	0,26	13,69	0,48	731
7,8	4,7	-22,67	0,91	-1,50	6,61	16,14	0,61	0,25	12,97	0,54	729
7,7	4,8	-22,68	0,92	-1,50	6,36	15,54	0,64	0,24	12,41	0,58	729
7,6	5	-22,88	0,92	-1,51	5,90	14,43	0,69	0,22	11,74	0,62	726
7,5	5,1	-22,86	0,92	-1,51	5,69	13,91	0,71	0,21	11,22	0,65	725
7,5	5,2	-23,05	0,93	-1,52	5,49	13,41	0,73	0,21	11,10	0,66	724
7,4	5,3	-23,00	0,93	-1,52	5,30	12,94	0,75	0,20	10,59	0,69	723
7,4	5,4	-23,17	0,94	-1,53	5,11	12,48	0,77	0,20	10,49	0,70	721
7,3	5,5	-23,11	0,93	-1,53	4,94	12,07	0,78	0,19	10,00	0,73	720
7,3	5,6	-23,27	0,94	-1,54	4,76	11,64	0,80	0,19	9,90	0,73	720
7,2	5,8	-23,34	0,94	-1,54	4,45	10,87	0,83	0,18	9,33	0,76	719
7,2	5,9	-23,48	0,95	-1,55	4,30	10,49	0,84	0,18	9,26	0,76	719
7,1	6	-23,38	0,94	-1,54	4,16	10,17	0,85	0,17	8,79	0,79	719
7,1	6,1	-23,51	0,95	-1,55	4,02	9,81	0,86	0,17	8,71	0,79	718
7,1	6,2	-23,64	0,95	-1,56	3,88	9,48	0,87	0,16	8,65	0,79	718
7	6,3	-23,52	0,95	-1,55	3,77	9,20	0,87	0,16	8,20	0,82	716
7	6,4	-23,64	0,95	-1,56	3,63	8,88	0,88	0,15	8,13	0,82	715
7	6,5	-23,75	0,96	-1,57	3,51	8,58	0,89	0,15	8,07	0,82	715
6,9	6,7	-23,73	0,96	-1,57	3,29	8,05	0,90	0,14	7,57	0,84	714
6,9	6,8	-23,83	0,96	-1,57	3,18	7,77	0,91	0,14	7,52	0,84	714
6,8	7	-23,78	0,96	-1,57	3,00	7,33	0,92	0,13	7,06	0,86	712



Figur 16: Lineær regresjon mellom modellert og observert spesifikk massebalanse ved de seks stakene (blå stjerner) med parametrene $DDFi = 7.0 \text{ mm d}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $DDFs = 5.9 \text{ mm d}^{-1} \text{ K}^{-1}$ og $dT = -0.004 \text{ K m}^{-1}$. Man kan se at modellen underestimerer smelting i den nedre delen og overestimerer i den øvre.



Figur 17: Lineær regresjon mellom modellert og observert spesifikk massebalanse ved de seks stakene (blå stjerner) med parametrene $DDFi = 7.3 \text{ mm d}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $DDFs = 5.2 \text{ mm d}^{-1} \text{ K}^{-1}$ og $dT = -0.004 \text{ K m}^{-1}$. Man kan se at det er godt samsvar mellom modellprestasjon og feltobservasjoner over hele høydeintervallet.

5 Diskusjon

5.1 Feltobservasjoner

5.1.1 Massebalanse

Både den distribuerte metoden og høydearealmetoden gav en nettobalanse tilsvarende et massetap på 1,2 m v.ekv. over hele breen. Siden det ikke finnes massebalansemålinger fra tidligere år er det ikke mulig å si noe om relativ størrelse på massetapet for Marthabreen, men resultatet er i tråd med massebalansemålinger andre steder på Svalbard. J. Kohler (2014, pers.komm) viste til måleserier fra fire breer i nærheten av Ny-Ålesund, hvor nettobalansen 2013 for Austre Brøggerbreen, Midtre Lovénbreen, Kongsvegen og Kronebreen alle var blant de andre eller tredje mest negative siden starten av målingene. Lave snømengder ble utpekt som den dominerende årsaken. Sommertemperaturene var høyere enn gjennomsnittlig, men ikke unormalt høy. I Figur 13 ser man at sommertemperaturene på Svalbard Lufthavn har liten spredning. Forskjellen mellom varmeste og kaldeste juli måned er 3,5 K. Tilsvarende verdi for mars måned er 18 K. Med andre ord er det vinteren som opplever størst variasjon i været. Det er derfor ikke overraskende at det var vinterne børen som var årsaken til de ekstremt negative massebalansene.

Alle de tre massebalansegradientene viser god korrelasjon mellom høyde og akkumulasjon/ablasjon. Dessverre gir de ikke noe godt bilde av de øverste delene av breen, da det er 235-285 meter høydeforskjell fra observert til beregnet likevektslinje. Tilsvarende er de også unøyaktige i de nederste delene. Stake 1 står 73 meter lavere enn stake 2. Allikevel er forskjellen i målt smelting mindre enn 60 mm v.ekv. Dette er langt lavere smelting enn mellom de andre stakene. En lineær tilnærming til smelting passer med andre ord bra for de midtre delene av breen, mens ytterpunktene krever en annen tilnærming for å bli korrekt representert. De laveste områdene utgjør en minimal del av breen. Men som det fremgår av Tabell 5 utgjør områdene som ligger høyere enn stake 8 nesten 25% av arealet til Marthabreen, en betydelig andel.

Det er mulig at plasseringen til stake 8 er noe uheldig. Den står på et fremspring på breen og det er rimelig å anta at vind transporterer bort noe av snøen som ellers ville lagt seg på stedet. Dette gjør at isen kommer tidligere frem i dagen om sommeren. Observert smelting vil derfor kunne være høyere ved staken enn det som er representativt for høyden.

Regresjonsanalysen hadde mest sannsynlig prestert bedre dersom det ble plassert ut en stake enda

lengre opp på breen siden det hadde minsket området man må ekstrapolere til, men det er ikke sikkert det hadde vært praktisk mulig å få til på grunn av den lokale topografien.

5.1.2 Feilkilder

Feltarbeidet til denne oppgaven var første gang forfatteren utførte denne typen undersøkelser. Dette var også tilfelle for de andre studentene fra UNIS som deltok på feltundersøkelsene, og det kan derfor ikke utelukkes at det forekom nybegynnerfeil ved målingene. Snøgropmålingene var de tekniske mest krevende oppgavene, men det er lite i resultatene som tyder på unaturlige verdier. Eneste mulige unntak er målingen nederst i snøgrop 7, hvor tettheten var såpass høy at det kan være snakk om firn fra tidligere år.

Det må også nevnes at snøgropundersøkelsene ble gjort i mars mens stakemålinene er fra april. Eventuell metamorfose av snølagene vil derfor ikke bli fanget opp i massebalanseberegningene. I tiden mellom observasjonene i mars og april sank høyden på snølaget med ca. 10 cm over hele breen. Nedbørsserien fra Svalbard Lufthavn (Figur 14) viser minimalt med snøfall i samme periode. Som følge av dette antas det at det øverste snølaget samtidig ble utsatt for vindtransport og fortetting. Disse to effektene motvirker hverandre da frotettingen gir høyere gjennomsnittlig tetthet i snøkolonnen, mens vindtransporten fjerner masse. Ettersom det ikke ble utført noen tetthetsundersøkelser i april er det ikke mulig å kvantifisere feilen.

Stakene i det som ble ansett for å være akkumulasjonsområdet ble installert med forventning om at det ville være tilførsel av ny snø, og de ble derfor ikke forankret mer enn en meter ned i isen. På grunn av den ekstreme smeltingen var de øverste stakene noe komplisert å måle fordi toppen av staken stod mer enn fem meter over isoverflaten (se forsidebildet). Ved stake 8 ble man nødt til å teipe sammen to skredstenger for å kunne måle den fulle høyden. Videre var overflaten såpass preget av smelting at ingen av stakene hadde en entydig overflatehøyde. Med grunnlag i dette anslås nøyaktigheten til stakemålinene å være under 5 cm.

Periodene mellom feltobservasjoner og start av smelting/akkumulering var mellom 2-5 uker. Dette kan naturlig nok ha innført en feil i målingene, men både Figur 12 og Figur 13 viser at de meteorologiske parametrene ved Svalbard Lufthavn ikke bar preg av ekstreme vær-situasjoner. Disse blindperiodene anses derfor for å ha liten effekt på beregningene.

5.2 Graddagsmodellen

5.2.1 Graddagsfaktorer

Figur 15 viser at det mest sannsynlig eksisterer et katabatisk vindmønster på Marthabreen. Det er derfor å forvente at temperaturgradienten vil være noe slakere enn for områder utenfor breen. Dette støttes av Tabell 10 og 11, hvor man ser at for de bratteste temperaturgradientene, $-0,005$ og $0,006$ K m^{-1} , presterer modellen best når graddagsfaktoren for snø er høyere enn den for is. De beste verdiene ligger helt i bunnen av tabellen. Ved å utvide intervallene for DDFi og DDFs vil man mest sannsynlig finne bedre resultater, men da vil DDFs bli større og DDFi mindre.

Det er lite som tilsier at Marthabreen har så spesielle lokale forhold at størrelsesforholdet mellom de to graddagsfaktorene er motsatt av det som er vanlig. I Marthabreens tilfelle er det mulig at albedo for snøområdene har endret seg som følge av gruvedriften, men dette gjelder i så fall kun på områdene nedenfor veien slik det kan observeres i Figur 9 og 10.

De bratteste temperaturgradientene anses for ikke å være representativ for Marthabreen, og videre undersøkelser ble gjort med temperaturgradient lik $-0,004$ K m^{-1} .

Selv om parametrene i Figur 16 og Figur 17 begge viser god modellprestasjon er detsistnevnte som gir aller best resultat. I Tabell 9 ser man at faktorparet $\text{DDFi}=7,3 \text{ d}^{-1} \text{ K}^{-1}$ og $\text{DDFs}=5,2 \text{ d}^{-1} \text{ K}^{-1}$ gir en modellert smelting som er $0,03$ høyere enn observert verdi. Alle kalibreringsmålene viser godt samsvar. For eksempel er NSE for distribuert modell lik $1,00$ og for stakemodell lik $0,95$. I tillegg ser man at modellert dato for overgang fra snø-til isoverflate ved stake 8 er 16. juni. Ingen andre parametersett viser en bedre modellprestasjon. På bakgrunn av dette anses de ovenfornevnte faktorene som optimale for graddagsmodellen.

5.2.2 Feilkilder

De stadige snøfallene på sensommeren kompliserer smeltemønsteret. Disse gjør at graddagsmodellen ikke klarer å simulere smeltingen korrekt, siden den tror all snøen er borte og bruker graddagsfaktor for is. I tillegg gjør snøfallene at det går med energi på å smelte snø som ikke er en del av akkumulasjonsberegningene. Dette fører til at modellen overestimerer smelting.

Det er en stor svakhet ved modellen at det ikke finnes massebalansemålinger å validere modellprestasjon mot. Et alternativ kunne vært å lage en massebalansemodell ved bruk av geodetisk metode, men de presterer uansett best når de blir validert mot målinger i felt.

6 Konklusjon

Stakemålinger i april og august 2013 ga et godt grunnlag for massebalanseberegninger for Marthabreen for sesongen 2012/2013. To metoder ble brukt for å beregne massebalansene: Ddistribuerende av massebalansegradientene over hele breen, og beregning av massebalanse for individuelle høydeintervaller. Metodene ga så å si identisk svar, med en spesifikk vinterbalanse lik 0,44 m.v.ekv., sommerbalanse lik -1,64 m.v.ekv og nettobalanse lik -1,20 m. v.ekv (Tabell 4 og Tabell 5).

Under kalibrering av graddagsmodellen ble det valgt en temperaturgradient på $-0,004 \text{ K m}^{-1}$. En brattere gradient ville resultert i en graddagsfaktor for snø som var høyere enn graddagsfaktoren for is (Tabell 10 og Tabell 11).

Ved å sammenligne modellert og observert massebalanse ble det funnet en graddagsfaktor for snø lik $5,2 \text{ mm d}^{-1} \text{ K}^{-1}$ og graddagsfaktor for is lik $7,3 \text{ mm d}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Ved å sette de to faktorene inn i den distribuerte graddagsmodellen ble modellert volumbalanse for sommeren 2013 lik -24,81 MT, noe som er 0,03 MT mer enn observert smelting (Figur 17 og Tabell 9).

I og med at dette var første år med massebalansemålinger på Marthabreen var det ikke mulig å kalibrere graddagsmodellen mot et valideringsår. Allikevel anses modellen som et godt utgangspunkt for videre undersøkelser, såfremt overvåkningsprosjektet på Marthabreen får fortsette.

7 Referanser

- ARENDT, A. & SHARP, M. 1999. Energy balance measurements on a Canadian high Arctic glacier and their implications for mass balance modelling. In: TRANTER, M., ARMSTRONG, R., BRUN, E., JONES, G., SHARP, M. & WILLIAMS, M. (eds.) *Interactions between the Cryosphere, Climate and Greenhouse Gases*. Wallingford: Int Assoc Hydrological Sciences.
- BENN, D. I. & EVANS, D. J. A. 2010. *Glaciers & glaciation*, London, Hodder Education.
- BLUMTHALER, M. & AMBACH, W. 1988. Solar Uvb-Albedo of Various Surfaces. *Photochemistry and Photobiology*, 48, 85-88.
- BRAITHWAITE, R. J. 1995. Positive Degree-Day Factors for Ablation on the Greenland Ice-Sheet Studied by Energy-Balance Modeling. *Journal of Glaciology*, 41, 153-160.
- BRAITHWAITE, R. J., KONZELMANN, T., MARTY, C. & OLESEN, O. B. 1998. Errors in daily ablation measurements in northern Greenland, 1993-94, and their implications for glacier climate studies. *Journal of Glaciology*, 44, 583-588.
- BRAITHWAITE, R. J. & OLESEN, O. B. 1989. Calculation of Glacier Ablation from Air-Temperature, West Greenland. *Glacier Fluctuations and Climatic Change*, 6, 219-233.
- BRAITHWAITE, R. J. & OLESEN, O. B. 1993. Seasonal-Variation of Ice Ablation at the Margin of the Greenland Ice-Sheet and Its Sensitivity to Climate-Change, Qamanarssup-Sermia, West Greenland. *Journal of Glaciology*, 39, 267-274.
- CUFFEY, K. M. & PATERSON, W. S. B. 2010. *The physics of glaciers*, Amsterdam ; London, Butterworth-Heinemann.
- DE WOUL, M. & HOCK, R. 2005. Static mass-balance sensitivity of Arctic glaciers and ice caps using a degree-day approach. *Annals of Glaciology, Vol 42, 2005*, 42, 217-224.
- ELVEVOLD, S. 2007. *Svalbards geologi*, Tromsø, Norsk polarinstitutt.
- FOUNTAIN, A. G. & VECCHIA, A. 1999. How many stakes are required to measure the mass balance of a glacier? *Geografiska Annaler Series a-Physical Geography*, 81A, 563-573.
- HAGEN, J. O. 2010. Konsekvensutredning av Lunckefjell. Konsekvenser for Marthabreen. Institutt for Geofag, Universitetet i Oslo: Universitetet i Oslo.
- HAGEN, J. O., KOHLER, J., MELVOLD, K. & WINTHER, J. G. 2003. Glaciers in Svalbard: mass balance, runoff and freshwater flux. *Polar Research*, 22, 145-159.
- HAGEN, J. O. & LIESTØL, O. 1993. *Glacier atlas of Svalbard and Jan Mayen*, Oslo, Instituttet.
- HOCK, R. 1999. A distributed temperature-index ice- and snowmelt model including potential direct solar radiation. *Journal of Glaciology*, 45, 101-111.
- HOCK, R. 2003. Temperature index melt modelling in mountain areas. *Journal of Hydrology*, 282, 104-115.
- HUMLUM, O., ELBERLING, B., HORMES, A., FJORDHEIM, K., HANSEN, O. H. & HEINEMEIER, J. 2005. Late-Holocene glacier growth in Svalbard, documented by subglacial relict vegetation and living soil microbes. *Holocene*, 15, 396-407.
- KUSTAS, W. P., RANGO, A. & UIJLENHOET, R. 1994. A SIMPLE ENERGY BUDGET ALGORITHM FOR THE SNOWMELT RUNOFF MODEL. *Water Resources Research*, 30, 1515-1527.
- LIESTØL, O. 1976. Pingos, springs, and permafrost in Spitsbergen. *Norsk Polarinstituts Årbok 1975. Snarøya*: Norsk Polarinstitutt.
- METEOROLOGISK INSTITUTT. 2014. *eKlima* [Online]. Meteorologisk Institutt. Available: <http://www.eklima.no> [Accessed 01.04.2014 2014].
- NASH, J. E. & SUTCLIFFE, J. V. 1970. River flow forecasting through conceptual models part I — A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10, 282-290.
- NESJE, A., BAKKE, J., DAHL, S. O., LIE, O. & MATTHEWS, J. A. 2008. Norwegian mountain glaciers in the past, present and future. *Global and Planetary Change*, 60, 10-27.
- NORSK POLARINSTITUTT. 2014. *Basiskart Svalbard*. Tromsø: Norsk Polarinstitutt.
- NUTH, C., KOHLER, J., KÖNIG, M., VON DESCHWANDEN, A., HAGEN, J. O., KÄÄB, A., MOHOLDT, G. & PETTERSSON, R. 2013. Decadal changes from a multi-temporal glacier inventory of Svalbard. *The Cryosphere*, 7, 1603-1621.

- OHMURA, A. 2001. Physical basis for the temperature-based melt-index method. *Journal of Applied Meteorology*, 40, 753-761.
- SAND, K., WINTHER, J. G., MARECHAL, D., BRULAND, O. & MELVOLD, K. 2003. Regional variations of snow accumulation on Spitsbergen, Svalbard, 1997-99. *Nordic Hydrology*, 34, 17-32.
- SNSK 2013. Digital Terrengmodell Svea. In: STORE NORSKE SPITSBERGEN KULKOMPANI (ed.). Longyearbyen.
- VAAGLAND, S. 2005. *En distribuert graddagsmodell over Høganesbreen og Gruvefonna, Svalbard 1990-2002*. Master, Universitetet i Oslo.
- VANDENBROEKE, M. R. 1997. Momentum, heat, and moisture budgets of the katabatic wind layer over a midlatitude glacier in summer. *Journal of Applied Meteorology*, 36, 763-774.

Vedlegg

Innhold

Vedlegg 1: Temperaturserie, Marthabreen 2

Vedlegg 2: Kalibreringstabeller 3

Vedlegg 3: MATLAB-kode 7

Vedlegg 1: Temperaturserie, Marthabreen

Tabell 1: Temperaturserie fra den automatiske værstasjonen ved stake 3. Stasjonen målte temperatur hver time. Tabellen viser daglige gjennomsnittstemperaturer basert på disse målingene

Dato	Gjennomsnittstemperatur °C
22. april	-0,92
23. april	0,63
24. april	-0,68
25. april	-0,45
26. april	-4,65
27. april	-9,54
28. april	-8,17
29. april	-9,23
30. april	-6,51
1. mai	-4,96
2. mai	-7,52
3. mai	-7,81
4. mai	-6,57
5. mai	-6,27
6. mai	-9,97
7. mai	-7,08
8. mai	-4,27
9. mai	-5,28
10. mai	-2,87
11. mai	-3,55
12. mai	-6,86
13. mai	-8,13
14. mai	-8,14
15. mai	-7,67
16. mai	-7,35
17. mai	-4,95
18. mai	0,63
19. mai	-2,51
20. mai	-0,56
21. mai	0,09
22. mai	-5,24
23. mai	-4,15
24. mai	0,15
25. mai	-4,79
26. mai	-6,85
27. mai	-2,70
28. mai	-1,62
29. mai	-0,76
30. mai	0,87
31. mai	1,38
1. juni	1,32
2. juni	4,98
3. juni	4,65
4. juni	0,49

Dato	Gjennomsnittstemperatur °C
5. juni	4,43
6. juni	2,04
7. juni	0,12
8. juni	-1,09
9. juni	-0,13
10. juni	-2,33
11. juni	0,63
12. juni	-0,61
13. juni	-2,91
14. juni	-1,51
15. juni	-2,50
16. juni	-2,91
17. juni	0,62
18. juni	2,06
19. juni	2,54
20. juni	3,29
21. juni	4,29
22. juni	3,74
23. juni	3,29
24. juni	1,72
25. juni	1,78
26. juni	2,07
27. juni	2,89
28. juni	4,61
29. juni	5,95
30. juni	5,15
1. juli	4,77
2. juli	5,83
3. juli	7,15
4. juli	4,79
5. juli	4,16
6. juli	5,64
7. juli	4,71
8. juli	4,13
9. juli	3,07
10. juli	1,33
11. juli	2,81
12. juli	2,52
13. juli	3,74
14. juli	4,31
15. juli	3,23
16. juli	1,84
17. juli	3,23
18. juli	6,30

Dato	Gjennomsnittstemperatur °C
19. juli	5,13
20. juli	3,38
21. juli	2,25
22. juli	2,33
23. juli	3,18
24. juli	3,34
25. juli	3,09
26. juli	2,57
27. juli	3,35
28. juli	3,87
29. juli	4,22
30. juli	6,26
31. juli	5,94
1. august	6,62
2. august	4,98
3. august	3,74
4. august	3,52
5. august	2,69
6. august	3,91
7. august	4,46
8. august	2,44
9. august	1,55
10. august	0,57
11. august	-0,94
12. august	1,18
13. august	-0,06
14. august	0,62
15. august	4,49
16. august	5,58
17. august	6,57
18. august	5,40
19. august	6,04
20. august	5,63
21. august	4,34
22. august	3,67
23. august	2,93
24. august	3,16
25. august	2,63
26. august	7,00
27. august	4,29
28. august	3,90
29. august	2,62
30. august	2,38

Vedlegg 2: Kalibreringstabeller

Det ble produsert én tabell over forskjell mellom modellert og observert volumbalanse for hver av de seks utvalgte temperaturgradientene. Tre av dem er vist i hoveddelen, og de andre tre følger nedenfor.

Tabell 1: Forskjell mellom modellert og observert spesifikk massebalanse, med varierende verdier for DDFs og DDFi og temperaturgradient lik $-0,0045 \text{ K m}^{-1}$. Faktorpar som gir en differanse på mindre enn $\pm 0,05 \text{ m v.ekv.}$ er uthevet.

DDFs	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7
6,1	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8
6,2	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	
6,3	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	
6,4	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4
6,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3
6,6	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2	
6,7	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	
6,8	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1
6,9	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
7	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4
7,1	1,8	1,7	1,6	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5
7,2	1,7	1,6	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7
7,3	1,6	1,5	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
7,4	1,5	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	0,9
7,5	1,4	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,1
7,6	1,3	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2
7,7	1,2	1,1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3
7,8	1,1	1,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5
7,9	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6
8	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7
8,1	0,8	0,6	0,5	0,4	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,8	1,9
8,2	0,7	0,5	0,4	0,3	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0
8,3	0,6	0,4	0,3	0,2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1
8,4	0,5	0,3	0,2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	2,3
8,5	0,4	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,4	2,4
8,6	0,3	0,1	0,0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6
8,7	0,2	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,6	2,7
8,8	0,1	0,1	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,7	2,8	2,8
8,9	0,0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0
9	0,1	0,3	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1
9,1	0,2	0,4	0,6	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,1	3,2	3,2
9,2	0,3	0,5	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4
9,3	0,4	0,6	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5
9,4	0,5	0,7	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,6
9,5	0,6	0,8	1,0	1,1	1,3	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,7	3,7	3,8
9,6	0,7	0,9	1,1	1,2	1,4	1,5	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,6	3,6	3,7	3,7	3,8	3,8	3,9	3,9

Tabell 2: Forskjell mellom modellert og observert spesifikk massebalanse, med varierende verdier for DDFs og DDFi og temperaturgradient lik $-0,0055 \text{ K m}^{-1}$. Faktorpar som gir en differanse på mindre enn $\pm 0,05 \text{ m v.ekv.}$ er uthevet.

DDFi	DDFs																																					
	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7		
6,1	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9		
6,2	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8		
6,3	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5			
6,4	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5			
6,5	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4		
6,6	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3		
6,7	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1		
6,8	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0		
6,9	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	
7	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3		
7,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4		
7,2	1,8	1,7	1,6	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5			
7,3	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,7		
7,4	1,6	1,5	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8			
7,5	1,5	1,4	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	0,9			
7,6	1,4	1,3	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,1		
7,7	1,3	1,2	1,1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2		
7,8	1,2	1,1	1,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3		
7,9	1,1	1,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5		
8	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6		
8,1	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7		
8,2	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,8	1,9		
8,3	0,7	0,6	0,4	0,3	0,2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0		
8,4	0,6	0,5	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1		
8,5	0,5	0,4	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	2,3		
8,6	0,4	0,3	0,1	0,0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4		
8,7	0,3	0,2	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,5		
8,8	0,2	0,1	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,6	2,7		
8,9	0,1	0,0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8		
9	0,0	0,1	0,3	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0		
9,1	0,1	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,0	3,1		
9,2	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2		
9,3	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4		
9,4	0,4	0,6	0,7	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5			
9,5	0,5	0,7	0,8	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6			
9,6	0,6	0,8	0,9	1,1	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,7	3,7	3,8		

Tabell 3: Forskjell mellom modellert og observert spesifikk massebalanse, med varierende verdier for DDFs og DDFi og temperaturgradient lik $-0,0067 \text{ K m}^{-1}$. Faktorpar som gir en differanse på mindre enn $\pm 0,05 \text{ m v.ekv.}$ er uthevet.

DDFs																																					
DDFi	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7	
6,1	3,1	2,9	2,8	2,7	2,6	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0
6,2	3,0	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	
6,3	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	
6,4	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	
6,5	2,7	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	
6,6	2,6	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	
6,7	2,5	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	
6,8	2,4	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	
6,9	2,3	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	
7	2,2	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	
7,1	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	
7,2	2,0	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	
7,3	1,9	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	
7,4	1,8	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	
7,5	1,7	1,5	1,4	1,3	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	
7,6	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	0,9	
7,7	1,5	1,3	1,2	1,1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,1	
7,8	1,4	1,2	1,1	1,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	
7,9	1,3	1,1	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3		
8	1,2	1,0	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	
8,1	1,1	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	
8,2	1,0	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	
8,3	0,9	0,7	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	
8,4	0,8	0,6	0,5	0,3	0,2	0,1	0,0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	
8,5	0,7	0,5	0,4	0,2	0,1	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0	2,1	2,1	
8,6	0,6	0,4	0,3	0,1	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	
8,7	0,5	0,3	0,2	0,0	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	
8,8	0,4	0,2	0,1	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,5	
8,9	0,3	0,1	0,0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	
9	0,2	0,0	0,1	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,7	2,8	
9,1	0,1	0,1	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	
9,2	0,0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	
9,3	0,1	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,1	3,2	
9,4	0,2	0,4	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	
9,5	0,3	0,5	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5		
9,6	0,4	0,6	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,4	3,5	3,5	3,6	

Vedlegg 3: MATLAB-kode

MATLAB-kode brukt til å bearbeide meteorologiske data og utføre modellkalibrering. Deler av koden er fra T. Østby (2014, pers.komm.). Disse delene er markert i koden. Koden krever at man har tilgang til bremaska og terrengmodellen som er brukt til oppgaven. Mindre hjelpefunksjoner er ikke tatt med da disse bare er ment for å produsere plott.

```
%% En distribuert graddagsmodell for Marthabreen
% Massebalanse målinger 2012/2013
% Aslak Mortensønn Skadsem
% Universitetet i Oslo, Våren 2014

%% geotiff i matlab
% Følgende seksjon er skrevet av Torbjørn Østby, UiO

% les inn metadata
info = geotiffinfo('data\nytestdtm1.tif');

% les inn terrengmodell (Z)
[Z, CMAP, REFMAT, BBOX] = geotiffread('data\nytestdtm1.tif');

[mZ,nZ]=size(Z);

% lag grid
% get x and y vectorX (cell centre or lowerupperleft...)
if strcmp(info.SpatialRef.RasterInterpretation,'postings')==1
    x =
info.SpatialRef.XLimWorld(1):info.SpatialRef.DeltaX:info.SpatialRef.XLimWorld(2);
    y =
info.SpatialRef.YLimWorld(2):info.SpatialRef.DeltaY:info.SpatialRef.YLimWorld(1);
elseif strcmp(info.SpatialRef.RasterInterpretation,'cells')==1
    x =
info.SpatialRef.XLimWorld(1)+info.SpatialRef.DeltaX/2:info.SpatialRef.DeltaX:info.SpatialRef.XLimWorld(2)-info.SpatialRef.DeltaX/2;
    y =
info.SpatialRef.YLimWorld(2)+info.SpatialRef.DeltaY/2:info.SpatialRef.DeltaY:info.SpatialRef.YLimWorld(1)-info.SpatialRef.DeltaY/2;
end

% meshgrid
[X,Y] = meshgrid(x,y);

% glacier mask, RASTER!
%load
glacier = shaperead('data\GlacierMasks_2000s_Randolph.shp');
% alle breer innenfor DEM (ikke bare marthabreen)
glaciermask = shape2raster(glacier,x,y,0,1);

%% Leser inn stakemålinger
% Stakemålingene er registrert i egen fil.
[num] = xlsread('data\coord.xls',1,'A3:R8');

stake = num(:,2);           % Stake 1,2,3,4,5,7,8. 6 & 9 falt ut av isen.
stakeX = num(:,3);          % UTM,E
stakeY = num(:,4);          % UTM,N
```

```

masl = num(:,7); % høyde til stakene
eAWS = masl(3); % høyde til værstasjonen
c = num(:,11:13); % fargekoder
sdwinter = num(:,14); % snødybde april (m)
LoS = num(:,15); % smeltet snø august (m)
LoIF = num(:,16); % smeltet is/firn august (m)

% Definerer noen konstanter
rho_w = 1000; % density of water (kg/m^3) at 0C
rho_i = 917; % density of glacier ice (from IGS, maybe add source)
dT=-0.006; % lapse rate, C/m. % 0,67 from Gruvfonna (Vaagland 2005)

%% Laster inn temperaturserie fra Marthabreen
[mean3, d, dates] = tempserie_martha;

% Plotter værdata fra Svalbard Lufthavn. Data hentet på eklima.no.
hist_nedbor;

%% Finner Marthabreen i terrengmodellen

U=double(Z);
marthabreen=zeros(mZ,nZ);

for j=1:nZ
    for i=1:mZ
        if glaciermask(i,j)==356
            marthabreen(i,j)=1;
        else
            marthabreen(i,j)=0;
        end
    end
end

martha_DEM = U.*marthabreen;
martha_DEM(martha_DEM==0) = NaN;

%% Bererergner høydearealer og totalt areal

[heightAreas] = arealer(martha_DEM,mZ,nZ);

hA=heightAreas(:,4)/10^6;
A_Martha = sum(hA);
disp(['Totalt areal Marthabreen: ',num2str(A_Martha),' km^2'])

%% Beregner tettheter i snøgropene
% Leser inn feltmålingene
[pitm] = xlsread('data\snowpitmeasurements.xls',2,'B1:D32');

% Volum til målesylindren
hc = 0.195; dc = 0.057; Vc = pi*((dc/2)^2)*hc;

% SPM inneholder data fra alle snøgropene
SPM=pitm(:,1:2);
rho_depth=pitm(:,3);
SPM = [SPM SPM(:,1).*Vc];
SPM = [SPM SPM(:,2)./SPM(:,3)];

% Beregner gjennomsnittlig tetthet i alle snøgropene (kg/m^3)

```

```

m_rho = [mean(SPM(1:4,4));mean(SPM(5:9,4));mean(SPM(10:14,4));
         mean(SPM(15:19,4));mean(SPM(20:26,4));mean(SPM(27:end,4))];

% Regner om til vannekvivalenter
swe_winter = (sdwinter.*m_rho)/rho_w;    % Observerrt akkumulasjon
obsAcc=swe_winter;

% Plotter temperatur og tetthetsprofiler
pitprofiles(SPM(:,4),rho_depth,m_rho);

%% Beregner vinter-, sommer- og netto spesifikk massebalanse
% Vinterbalansen
% Lineær regresjon, forutse bn fra swe_winter
[p_w, yfit_w, r2_w, E_w, rmse_w] = linreg(masl, swe_winter, 'Høyde over havet,
(m)', 'Spesifikk vinterbalanse, (m)');

sb_winter=(p_w(1).*martha_DEM)+p_w(2); % Snødybde i hver celle
b_winter = sb_winter.*25;
winterMB = nansum(nansum(b_winter));    % Total vinterakkumulasjon.
regAcc=winterMB/10^6;
winterSMB=regAcc/A_Martha;

% Sommerbalansen
swe_summer=(swe_winter+(LoIF.*rho_i)/rho_w)*-1;
obsMelt=swe_summer;

% Lineær regresjon, forutse bn fra swe_summer
[p_s, yfit_s, r2_s, E_s, rmse_s] = linreg(masl,swe_summer,'Høyde over havet,
(m)', 'Spesifikk vinterbalanse, (m)');

sb_summer=(p_s(1).*martha_DEM)+p_s(2);    % snow depth in each grid, in swe
b_observedSummer = sb_summer.*25;
summerMB = nansum(nansum(b_observedSummer)); % Total ablation in summer
regMelt=summerMB/10^6;
summerSMB=regMelt/A_Martha;

% Find specific mass balance for the whole glacier
% Gives bn from the distributed regresion analysis.
I = ~isnan(sb_summer);sbSummer=sb_summer(I);
sbSummer=sum(sbSummer(:))/numel(sbSummer);

% Netto balanse
% winter + summer
swe_net = swe_winter + swe_summer;
% Lineær regresjon, forutse bn fra swe_net
[p_n, yfit_n, r2_n, E_n, rmse_n]=linreg(masl,swe_net,'Høyde over havet,
(m)', 'Spesifikk vinterbalanse, (m)');

sb_net=(p_n(1).*martha_DEM)+p_n(2);    % snow depth in each grid, in swe
b_net = sb_net.*25;
netMB = nansum(nansum(b_net));    % Net mass balance 2013
regNet=netMB/10^6;
netSMB=regNet/A_Martha;

% Plotter alle tre gradientene
null=300:2:750;

```

```
figure,plot(yfit_n,masl,'k'),hold on,plot(yfit_w,masl,'--
b'),plot(yfit_s,masl,':r'),plot(0,null,'k')
axis([-3 1 300 750]),legend('netto','vinter','sommer','Location','NorthWest')
xlabel('b_n, m v.ekv. '),ylabel('Høyde over havet, m')
```

```
%% Beregner massebalanse for hvert høydeintervall
% heightArea inneholder all info: [h1 h2 #px 2013 2008 1990]
```

```
midH=heightAreas(:,2) - 25;
bWinter=zeros(length(midH),1);
bSummer=bWinter;
bNet=bWinter;
```

```
clear i
for i=1:length(midH)
    bWinter(i) = (p_w(1)*midH(i)) + p_w(2);
    bSummer(i) = (p_s(1)*midH(i)) + p_s(2);
    bNet(i)     = (p_n(1) *midH(i)) + p_n(2);
end
```

```
% beregner spesifikk massebalanse for hvert høydeintervall
bTable=[heightAreas(:,1:2) hA bWinter bWinter.*hA bSummer bSummer.*hA bNet
bNet.*hA];
```

```
clear i
for i=1:length(midH)
    normWHA(i)= bWinter(i).*(hA(i)./A_Martha);
    normSHA(i)= bSummer(i).*(hA(i)./A_Martha);
    normNHA(i)= bNet(i).*(hA(i)./A_Martha);
end
```

```
end
```

```
sbHA=sum(normSHA);
sumMeltHA=sum(hA)*sum(normSHA);
```

```
sumB=[heightAreas(end,1) heightAreas(1,2) sum(hA) sum(normWHA)
sum(hA)*sum(normWHA)...
sbHA sumMeltHA sum(normNHA) sum(hA)*sum(normNHA)];
bTable=[bTable;sumB];
```

```
%% Tegner vindrose
% Leser inn vinddata
[rose] = xlsread('data\martha_test.xlsx',2,'B2:N3145');
wS=rose(:,8);
wA=rose(:,10);
figure
[~]=wind_rose(rose(:,10),rose(:,8),'dtype','meteo');
%
figure
plot(wA)
hy=1;dVind=zeros(1,length(dates));tell=0;
for kl=1:length(dates)
    dVind(kl)=mean(wA(hy:hy+23));
    hy=hy+24;
    tell=tell+1;
end
dager=1:1:length(dates);
figure,plot(dVind,'r')
[pp,ss]=polyfit(dager,dVind,1);
```

```

px=[1 dager(length(dager))];py=[pp(2) (pp(2)+pp(1)*dager(length(dager)))];
hold on,plot(px,py)

%% Finner DDF ved punktmålingen ved værstasjonen

pdd=0; % C*dT
for i=1:d
    if mean3(i)>0
        pdd=pdd+mean3(i);
    end
end

weq=swe_summer(3)*-1000;
DDF_M3=weq/pdd; % mm C-1 d-1

%% Deler opp i DDFs og DDFi, punktmåling ved værstasjonen

% Overgangen fra snø til is overflate anslått til 29. juni.
DoIce = 629;

trans=find(dates==DoIce); % find row-number for date of transition.
meanT_snow=mean3(1:trans);
meanT_ice=mean3(trans+1:end);

% Positive degree days for snow
pdd_snow=0; % C*dT
d_s=0;
for i=1:length(meanT_snow)
    if meanT_snow(i)>0
        pdd_snow=pdd_snow+meanT_snow(i);
        d_s=d_s+1;
    end
end

% Positive degree days for ice
pdd_ice=0; % C*dT
d_i=0;
clear i
for i=1:length(meanT_ice)
    if meanT_ice(i)>0
        pdd_ice=pdd_ice+meanT_ice(i);
        d_i=d_i+1;
    end
end

weq_snow=swe_winter(3)*1000; % (mm)
weq_ice=((LoIF(3)*rho_i)/rho_w)*1000; % (mm)

DDFs=weq_snow/pdd_snow; % mm C-1 d-1
DDFi=weq_ice/pdd_ice; % mm C-1 d-1

disp(['First day with only ice: ',num2str(DoIce)])
disp(['DDF for snow: ',num2str(DDFs)])
disp(['DDF for ice: ',num2str(DDFi)])
disp(['DDF no discrimination: ',num2str(DDF_M3)])
disp(' ')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Den distribuerte graddagsmodellen

% Kan variere de tre parametrene:
DDFi=8.8;
DDFs=3.5;
dT=-0.004;

dds=zeros(mZ,nZ);           % til graddagssum
melt=zeros(mZ,nZ);          % til daglig smelting
sumMelt=zeros(mZ,nZ);       % til summering av smelting
snowdepth=sb_winter*1000;   % konverterer fra snødybde fra (m) til (mm)

for k=1:d
    % mean3 er temperaturserien fra værstasjonen. Sprer daglig temperatur
    % over hele bremaska.
    T = mean3(k) +dT* (martha_DEM - eAWS);

    T(T<0) = 0; % Alle temperaturer <0C settes lik 0C.
    melt=zeros(mZ,nZ); % til daglig smelting

    for j=1:nZ
        for i=1:mZ
            if T(i,j)>0
                dds(i,j)=dds(i,j)+T(i,j); % legger dag til i graddagssummen

                if snowdepth(i,j)>0 % sjekker snødybde
                    melt(i,j)=DDFs*T(i,j);
                else
                    melt(i,j)=DDFi*T(i,j);
                end
            end
        end
    end

    sumMelt=sumMelt+melt; % Summerer smelting
    snowdepth=snowdepth-melt; % finner ny snødybde
end

dds(dds==0) = NaN; % graddagssummen T+
sumMelt(sumMelt==0) = NaN;
sumMelt=sumMelt/-1000; % modellert smelting

% observert spesifikk sommerbalanse
I = ~isnan(sumMelt);sumM=sumMelt(I);
I = ~isnan(sb_summer);sumO=sb_summer(I);
mSumO=sum(sumO(:))/numel(sumO);

% modellert spesifikk sommerbalanse
I = ~isnan(sumMelt);sbDDM=sumMelt(I);
sbDDM=sum(sbDDM(:))/numel(sbDDM);

% modellert volumbalanse
b_modeledMelt = sumMelt.*25;
modeledMeltMB = nansum(nansum(b_modeledMelt));
modeledTSMB=modeledMeltMB/10^6;

% Beregner RMSE og RMSEp
I = ~isnan(b_observedSummer) & ~isnan(b_modeledMelt);

```

```

m_obs = b_observedSummer(I); m_mod = b_modeledMelt(I);
RMSE=sqrt(sum((m_obs(:)-m_mod(:)).^2)/numel(m_obs(:)));
RMSEp=RMSE*-100/(mean(m_obs));

% Beregner Nash & Sutcliffe koeffisienten
NSE= 1 - sum((sumM-sumO).^2) / sum((sumO - mSumO).^2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Stakemodellen
function[allMelt,dIce,sumMelt,sdAll,RMSE,RMSEp,R2]=sjakk(meanT,snowdepth,obsMel
t,DDFi,DDFs)

melt=zeros(6,1);
sumMelt=melt;
dIce=melt;
sdAll=zeros(6,length(meanT));
sumT=zeros(6,length(meanT));
allMelt=sdAll;
for j=1:length(meanT)
    for i=1:6
        if snowdepth(i)>0
            melt(i)=meanT(i,j)*DDFs;
            if snowdepth(i)-melt(i)<0 % sjekk om snøen forsvinner helt
                melt1=snowdepth(i);
                melt2=((melt(i)-snowdepth(i))/DDFs)*DDFi;
                melt(i)=melt1+melt2;
            end
        else
            melt(i)=meanT(i,j)*DDFi;
        end
    end
    sumMelt=sumMelt+melt;
    allMelt(:,j)=melt;
    sdAll(:,j)=snowdepth;
    snowdepth=snowdepth-melt; % kalkuler ny snødybde
    snowdepth(snowdepth<0)=0; % no negative snow depth
    sumT(:,j)=meanT(:,j);
    melt=zeros(6,1);
end

sumMelt=sumMelt/-1000;

RMSE=sqrt(mean((obsMelt-sumMelt).^2));
RMSEp=(RMSE*-100)./mean(obsMelt);

R2= 1 - sum((sumMelt-obsMelt).^2) / sum((obsMelt - mean(obsMelt)).^2);

dIce(1)=find(sdAll(1,:)==0, 1, 'first');
dIce(2)=find(sdAll(2,:)==0, 1, 'first');
dIce(3)=find(sdAll(3,:)==0, 1, 'first');
dIce(4)=find(sdAll(4,:)==0, 1, 'first');
dIce(5)=find(sdAll(5,:)==0, 1, 'first');
dIce(6)=find(sdAll(6,:)==0, 1, 'first');

```